

## **RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS VERBAIS ESCOLARES: CONTRATO DIDÁTICO E RELAÇÃO AO SABER**

FRANCHI, Anna \*

Neste artigo reflito sobre fenômenos que interferem nos processos de resolução de problemas verbais rotineiros sobre operações matemáticas na prática escolar. Dirijo-me, em particular, ao estudo de problemas verbais multiplicativos preferentemente com números naturais. São considerados como problemas verbais multiplicativos os que requerem, para sua resolução, as operações de multiplicação ou de divisão

Um estudo voltado para a transmissão de conhecimentos na sala de aula, deve interrogar não só a respeito dos componentes cognitivos do sentido atribuído a um conhecimento matemático, como também sobre o modo pelo qual esses componentes se consubstanciam nas relações estabelecidas entre os participantes do processo de ensino e de aprendizagem. Uma discussão nessa perspectiva envolve uma reflexão sobre a natureza do saber escolar e a relação institucional a esse saber. São aspectos que incidem, sobretudo, na questão de mudança no sistema de valores que têm orientado as concepções sobre o que é a ação educativa, o que é ensinar e o que é aprender. Ao abordá-los, apontam-se, concomitantemente, alguns ângulos a partir de que se pode situar a pesquisa de sala-de-aula em um contexto cultural mais amplo, atribuindo-lhe um significado social, ou seja, revelando aspectos importantes para uma ação pedagógica voltada à transformação.

Nessa direção, instrumentos teóricos elaborados na Didática francesa, entre outros, tais como os conceitos de “relação ao saber” e de contrato didático, nos auxiliam a compreender a prática pedagógica do professor e as dificuldades manifestadas pelos alunos frente a essa prática, sobretudo quando o "saber institucionalizado" se contrapõe ao nível de conceituação do "saber do aluno." É nessa dimensão de análise que nos centraremos neste artigo.<sup>1</sup>

1. Segundo Forquin, as diferentes dinâmicas culturais tais como diferentes formas de cultura popular, meios de comunicação de massa, práticas cognitivas próprias de grupos sociais específicos, desenvolvem uma funcionalidade e significados próprios que ultrapassam seu domínio específico de validade,

---

\* Professora da Faculdade de Educação e Pós-Graduação em Educação Matemática da PUC/SP

<sup>1</sup> As reflexões deste artigo baseiam-se em uma pesquisa que desenvolvi em uma Escola Municipal da cidade de S. Paulo de 1992 a 1995 constituindo-se em minha tese de doutoramento. Nela enfocamos, além dessa dimensão, as dimensões lingüística e a cognitiva.

estabelecendo-se entre elas *relações complexas e sempre sobredeterminadas, de nenhum modo redutíveis, aos processos de simples reflexo ou de repartição de tarefas*. Constituindo-se como organização social voltada para a conservação e a transmissão culturais, a escola, defronta-se com exigências próprias, relativas quer à seleção quer à transformação de saberes culturais, as quais impõem

*"a emergência de configurações cognitivas específicas saberes e modos de pensamentos tipicamente escolares que tendem a escapar de seu estado puramente funcional de instrumentos pedagógicos e de auxiliares das aprendizagens, para se constituir numa espécie de 'cultura escolar' sui generis, dotada de uma dinâmica própria"*. (Forquin,1993, p17).

Assumir a especificidade de uma cultura transmitida de forma intencional pela escola supõe a idéia de permanência de certos "componentes" culturais: hábitos, sistemas de valores, critérios de excelência, que de alguma forma estruturam o saber escolar.

Assim, não sendo constituídas:

- certas relações institucionais (rapports institutionnels) com objetos, tais como: a natureza da atividade matemática, o papel da matemática na sociedade, seu papel na formação do aluno, conteúdo e procedimentos de ensino, e também objetos mais gerais como o trabalho do aluno, o ofício do professor, a aprendizagem;
- formas de interação que se vão fixando social, histórica e culturalmente como um conjunto específico de pressupostos, de imagens, de normas; assim constituído, esse conjunto se estabelece em um contrato de regras geralmente implícitas ou seja, **o contrato didático**<sup>2</sup>.

Os objetos referidos no primeiro item são chamados por Chevallard (1989) de objetos institucionais, a partir de que introduz o que chama de relação pessoal ao saber (rapports personnels). Na interpretação de Perrin-Glorian (1993) essa relação pode ser considerado como um reagrupamento de certas relações pessoais com esses objetos institucionais. Esse reagrupamento mantém uma certa coerência interna, de tal forma que uma modificação sensível em um dos seus componentes produz modificações em outros. Constitui-se em:

*" uma espécie de interface entre o domínio cognitivo em que se situam as relações a objetos do saber e o domínio afetivo em que se*

---

<sup>2</sup> Introduzido por G. Brousseau (1981, p.40).

*situam as relações a outros objetos institucionais.(...) Além disso, o 'rapport' a um objeto é um produto, mas é ao mesmo tempo um elemento organizador e estruturante para os 'rapports' a objetos novos e modificáveis. O 'rapport' pessoal poderá, assim, corresponder a uma diferenciação em elementos mais finos da representação social considerada ao mesmo tempo como produto e como processo." (Perrin-Glorian, 1993)*

Quanto ao contrato didático, considero com Erickson que a ação social em campo está significativamente orientada para as ações de outros indivíduos em cena. As pautas dessa ação

*"definem-se através de acordos culturais implícitos e explícitos acerca das relações, dos correspondentes direitos e obrigações, assim como através de conflitos de interesse entre indivíduos e grupos de indivíduos pelo acesso a determinados direitos". (Erickson, 1989, p. 216)*

As publicações francesas de Didática da Matemática chamam de “contrato didático” essa situação particular de relações na “interação didática” entre professor e alunos a respeito do saber: também aí, opera-se um código de conduta em um determinado âmbito que toma assim um valor normativo (Chevallard, 1988, p19).

Independentemente da natureza dos meios utilizados no ensino, da maior ou menor participação do aluno, pode-se considerar que o professor é o responsável por garantir ao aluno o acesso ao saber escolar e definir a forma de sua participação nesse processo. Cabe-lhe, propor questões acessíveis aos alunos (possíveis de serem objeto de ensino e de serem aprendidas, mediante lições e exercícios a fazer), determinar os passos em que serão dadas informações relevantes, verificar se dominam conceitos e operações necessários para as respostas, e avaliar o ganho obtido pelos alunos em tais condições. Ao aluno compete responder a essas diretrizes e determinações: deve resolver as tarefas propostas, ajustando-se aos moldes de comunicação social convencionados para as diferentes atividades escolares. Seu acerto na resolução de uma tarefa é geralmente visto como indicador de ganho em seu repertório de conhecimentos; tem mesmo o direito de errar, desde que aceite as conseqüências prescritas para o caso. Em síntese:

*O contrato didático define os direitos e deveres dos alunos, os direitos e deveres do professor e por essa divisão de tarefas reparte e*

*limita as responsabilidades de cada um. (Chevallard, ob. cit., p 19).*

O que se deve destacar é que, nesse contexto, tanto o professor, quanto os alunos, constróem uma imagem recíproca do papel que **devem** desempenhar, dos comportamentos desejáveis, da expectativa de suas respostas e reações, dos lances sucessivos do "jogo" que estão jogando. É importante notar que o peso dessas representações nem sempre orienta as ações na direção mais produtiva: pode ser causa de incompreensão, de mal-entendidos, de subterfúgios que obscurecem o significado dos fenômenos considerados, entavando a dinâmica do processo de ensino e de avaliação. Este e outros aspectos serão esclarecidos na discussão neste texto. Limito-me, por enquanto, a ressaltar que as regras desse "contrato" são em grande parte implícitas: elas se tornam visíveis, sobretudo, em momentos de violação. Embora implícitas, não deixam de ser coercitivas porque constituem um importante "background" que informa a interpretação e as conseqüências que desta se tiram. Por outro lado, o contrato é flexível: modificações do "contrato didático" permitem alterar o significado das formas de interação didática e do conteúdo do saber escolar.

A meu ver, portanto, o "*conceito teórico em didática não é o contrato - o bom, o mau, o verdadeiro, o falso*" (Brousseau, 1986, p.53), mas a transformação em uma situação discursiva e interativa mais permeável e rica de um contrato culturalmente subjacente, instanciado de um modo particular em situações de sala de aula e em função de condições sociais e das atitudes dos participantes influentes. Cabe ao professor favorecer essa transformação

2. A pesquisa desenvolveu-se em uma Escola Municipal de Primeiro Grau, do bairro da Casa Verde, Zona Sul de São Paulo.

A escola se situa não longe da Marginal do Tietê, em direção à periferia. Atende a uma população estável, radicada no bairro e nele ambientada há bom tempo.

O funcionamento da escola se faz em quatro períodos, três diurnos e um noturno, atendendo aproximadamente mil e oitocentos alunos. As classes regulares atendem, em média, trinta e cinco alunos. Na formação destas classes, havia a preocupação de manter as características de heterogeneidade da população escolar quanto ao aproveitamento, à idade e aos problemas de disciplina.

Foi selecionada como locus da pesquisa **uma quarta série** do período matutino com trinta e quatro (33) alunos, treze (12) meninos e vinte e uma (21) meninas. A idade variava de nove anos e seis meses a treze anos, sendo que a

grande maioria (vinte e três alunos) havia completado, ou completariam no início do segundo semestre, 10 anos.

Os alunos provinham de famílias modestas, em geral de pais assalariados; dentre as profissões dos pais, havia professores de primeiro grau, alfaiate, bancários, motorista de caminhão, faxineira, um desempregado, e pequenos comerciantes.

Quanto as etapas, aos meios e instrumentos da pesquisa, ressalte-se que o período de seu desenvolvimento junto à escola prolongou-se de março a outubro de 1992 compreendendo uma primeira fase de observação participativa (de 16 de março a 3 de maio), após a qual foram realizadas dezesseis entrevistas individuais e uma terceira etapa com sessões especiais de estudo, desenvolvidas fora do horário escolar, num total de aproximadamente trinta e duas horas. Nestas sessões foram atendidos alunos com dificuldades em matemática. Realizaram-se, ainda, **entrevistas complementares** com alunos que tinham apresentado textos incompreensíveis em exercícios de redação de problemas, como o de Vânia, abaixo discutido. Frequentaram regularmente as sessões de estudo dezesseis alunos.

3. Descrevo a seguir as características mais marcantes da prática pedagógica na classe pesquisada.

3.1. O planejamento da professora previa como eixo central, para os primeiros meses do ano letivo, o ensino dos clássicos problemas sobre as operações com números naturais. No quadro I apresento os traços distintivos dos critérios de classificação dos problemas e a notação que os identifica. No quadro II transcrevo exemplos dos diferentes tipos de problemas dados em classe: o número dos exemplos do quadro I referem-se à ordem de apresentação dos problemas no quadro seguinte.

A observação desses exemplos revela a influência da relação institucional com essa tarefa escolar. Mais fortemente, porém, impressiona os modos de abordá-los.

3.2 Resolver problemas verbais era, na visão da professora, o instrumento considerado privilegiado para o desenvolvimento do raciocínio. O trabalho desenvolvia-se segundo o ritual: a professora escreve o problema na lousa e os alunos o copiam e resolvem individualmente; a professora percorre as carteiras, atendendo os alunos em dificuldade; todos pedem a confirmação dos resultados obtidos; ao final, um aluno é chamado à lousa para a correção coletiva; a classe acompanha a cena: se um aluno erra, apaga os cálculos de seu caderno e copia os da lousa, sem aparentemente refletir sobre o erro;

O tempo para a tarefa é determinado pelo que a professora chama de "o ritmo da classe" como esclarece seu depoimento:

*"Tenho dificuldade de trabalhar com alunos com dificuldade: os melhores acabam depressa, os mais fracos demoram muito e ainda erram. Dirijo-me pela média".*

No diálogo para avaliar a compreensão do aluno sobre o que fez, como

P: *Por que você fez "vezes quatro"? A: Eram quatro caixas contendo 24 cada uma.*

P: *Por que você subtraiu? A: Por que ele usou meia centena.*

P: *O que ele quer saber? A: Quantas restaram.*

as respostas do aluno repetem passo a passo o que está proposto no texto. Nem é preciso lê-lo todo. Para dar a resposta final, basta ater-se à última frase - a pergunta - colocada sempre no fim do texto: o diálogo ritual é improdutivo, como certas questões de "interpretação" do texto do problema que simplesmente o reproduzem.

3.3 A essas características da prática escolar, sinteticamente descritas, conjugam-se as do discurso produzido nas atividades de sala de aula. O núcleo discursivo é formado de interrogações e respostas. Observe-se, porém, que o professor faz questões para as quais já conhece a resposta. Conseqüentemente, a ação discursiva entre o aluno e o professor passa a ter um objetivos bem delimitados - o aluno deve **dar uma resposta e uma resposta "certa"**, e o professor deve **avaliá-la e corrigir o caminho de uma resposta "errada"**

Nessas condições do discurso escolar, *"invertem-se os papéis e as funções dos atos lingüísticos praticados"*, como diz Geraldini (1991, p. 156): cria-se uma situação de tensão, marcada pela dicotomia entre a perspectiva do "certo" - que o professor sabe e o aluno sabe que o professor sabe - e o perigo do "errado". Amplia-se a possibilidade de o diálogo assumir um feitiço complexo e embrenhar-se em malentendidos, conduzindo ao fracasso das "intenções" pré-fixadas<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Refiro-me aqui, intuitivamente, a fenômenos pragmáticos extensamente estudados. Um deles é a relevância, para a atividade discursiva, das imagens que os interlocutores fazem reciprocamente uns dos outros e, mesmo, buscam construir um para o outro, do "lugar" de onde se pensa que o outro fala: *Quem ele é? Quem ele acha que eu sou? Quem ele acha que eu acho que ele é? Quem eu acho que ele acha que eu acho que sou?* etc. Por outro lado, máximas conversacionais (obviamente violáveis) estabelecem certos compromissos entre os interlocutores nos diálogos "naturais": presume-se que se fala do que se conhece, tanto quanto se presume que o locutor não perguntará a respeito do que já sabe e sabe que o interlocutor sabe que o outro sabe. Uma pergunta como - *Eu não estou aqui?* ou *Dois mais dois são quatro?* - desencadeia um processo pragmático de inferências ("implicaturas"): a troca do que ele está perguntando a respeito do que ele sabe e sabe que eu sei que ele sabe? Pode-se, por aí, entender melhor a "ritualização" do discurso escolar em que esses compromissos são simplesmente suspensos. (Anotação de comentários informais de C. Franchi a meu texto preliminar).

Além disso, a professora geralmente desconsiderava os procedimentos de cálculo próprios aos alunos quer no plano individual, por não tomá-los como reveladores de processos de pensamento a serem mobilizados, apropriados e reelaborados, quer no plano da classe por não socializá-los e nem discuti-los como soluções possíveis de se integrarem em um repertório de fórmulas matemáticas disponíveis naquele ambiente cultural. Este esvaziamento da dimensão epistêmica contribui fortemente para a instauração de uma prática pedagógica rotineira e unidirecional.

É o que ocorreu, por exemplo, na correção do problema 14, quadro II, em que uma aluna determinou o fator desconhecido (450), operando com a multiplicação  $450 \times 4 = 1800$ : soluções como esta, além de não serem aceitas, eram consideradas como indicativas de dificuldades dos protagonistas, como um desvio, um raciocínio improdutivo. **A única via de acesso** para a divisão era a multiplicação que deveria, necessariamente, ser invertida para constituir esse novo significado.

As análises deste item nos mostram vários aspectos que hipertrofiaram a assimetria inevitável do discurso escolar concorrendo para:

- a legitimação de certas manifestações do saber escolar em detrimento de outras - conteúdo implícito, heurísticas mobilizadas em sua produção e avaliação, formas simbólicas de expressá-las;
- o controle das normas de interação pelas quais esse saber é socializado: a hora e a vez de falar, com quem e sobre o que falar.
- os diferentes mecanismos que, paralelamente a aspectos relativos à transmissão do conteúdo, delimitam os papéis e os lugares do professor e do aluno no espaço escolar.

Os alunos não são indiferentes a esse processo. Captam os critérios porque é julgado seu desempenho e se ajustam na configuração da classe, definida a partir de sua presumível competência escolar. Dominam as regras do jogo (como mais claramente se vê quando isso se manifesta em seus lances infelizes) reconhecem o terreno em que essas regras são válidas e, em certas circunstâncias, o momento de segui-las ou de negá-las, com veremos nas análises a seguir.

4. Para essas análises interrogo-me conjuntamente sobre os fenômenos destacados a partir da observação da sala de aula, da entrevista e das sessões especiais de estudo, selecionando episódios que incidem, mais diretamente, na perspectiva do contrato didático e da relação do aluno ao saber escolar, mostrando

como as dificuldades de resolução dos problemas verbais rotineiros podem decorrer:

- de que o problema se tome como uma peça narrativa da linguagem corrente e, pois, compreendido em um quadro de referência fatural e descritivo de eventos comuns ou imaginários e não com o objetivo de obter-se a representação matemática da situação; deste modo, foge-se do contrato didático estabelecido.
- de que a tarefa seja regida pelas regras de um contrato didático, com manifestações ritualizadas, levando o aluno a: operar sobre indicações didáticas tomadas, em uma leitura superficial do texto, como índice da resolução esperada; ou a dar uma “resposta qualquer” que atenda as expectativas criadas pelas mencionadas manifestações.

4.1. Ao efetuar um corte na realidade, o texto de um problema faz dessa realidade uma primeira interpretação, descrevendo-a conforme Nesher (1988), em um gênero textual distinto, satisfazendo a certas condições lógicas: faz-se a priori uma seleção de variáveis pertinentes tomadas como argumentos de predicados, bem como de relações suscetíveis de serem interpretadas matematicamente. O entendimento desse texto, na perspectiva de um problema aritmético a ser resolvido, é assim suportado por um conjunto de pressupostos sobre os quais as relações semânticas estabelecidas entre as proposições subjacentes ao texto devem apoiar-se.

Há, por um lado, uma concepção de problema escolar que precisa ser aprendida. Por outro lado, uma concepção de problema que incorpora a experiência cotidiana sobre o que é um problema e os modos de resolvê-lo

Quais as concepções iniciais do aluno sobre problemas? Como o ensino considera a ruptura entre as concepções de problema no cotidiano não escolar e no escolar? Como o aluno se relaciona com a tarefa de resolução dos problemas rotineiros, segundo práticas consagradas na cultura escolar?

4.1.1. Observações decorrentes de pesquisas realizadas pela equipe do INRP<sup>4</sup> e publicado em ERMEL (1981, p. 30) constataram que ao inventarem problemas, alunos do Curso Elementar fornecem textos que, segundo os autores aproximam-se de uma adivinhação ou de uma charada. Os dados propostos não têm ligações entre si ou são incompatíveis com a questão proposta.

A pesquisa que desenvolvi lida com os alunos de quarta série do primeiro grau que já resolveram muitos problemas. Foi surpreendente observar alunos que

---

<sup>4</sup> Institut National de Recherche Pédagogique.

ainda os formulavam em contextos imaginários, ou em contextos usuais com total desarticulação dos dados, apresentando perguntas já respondidas no texto. Assim Vânia, em entrevista que realizei para verificar o que pensou ao formular um problema de multiplicação e subtração:

"Tenho 8 bolinhas de gude. Quero multiplicar com 5 crianças. Meu pai pediu 2 bolinhas de gude. Com quantas bolinhas de gude eu fiquei?"

A aluna explica-se: *Quero dividir é pra fazer uma conta de vezes, com 8 bolinhas de gude pra 5 crianças. Agora eu vou desenhar aqui: Vamos supor que aqui é as oito bolinhas de gude (desenha inicialmente oito). E agora, vou desenhar as 5 crianças. Agora tenho 8 bolinhas, dou duas cada uma e uma ficava sem bolinha.*

A aluna parece resvalar, sem se perturbar, da multiplicação para a divisão: enquanto no texto escreve "*quero multiplicar*" ao expor seu pensamento diz "*quero dividir é pra fazer uma conta de vezes*"<sup>5</sup>. Além disso ao efetuar a divisão de oito bolinhas por 5 crianças verifica que faltam bolinhas para a quinta criança. A aluna se desembaraça logo da dificuldade criada por meio de dois recursos em que circula indiferentemente em universos interpretativos diferentes: "*Então faço  $1 \times 2 = 2$ . Ai eu aumento 2 bolinhas. Vamos supor né, meu pai não queria mais... ele me deu... vamos supor, aí ele me deu... ai esse menino (o quinto) ficava com essas duas. Então são 10 bolinhas de gude, para 5, então dá duas pra cada um*". Vânia não produz um discurso interpretando o texto a partir do modelo semântico que nele se constitui, ou seja os indivíduos pertinentes, as relações estabelecidas entre esses indivíduos, os eventos e as ações descritas. Ao contrário, para resolver o seu problema, ela vai criando um novo modelo, em que introduz novos elementos e novos significados, transbordando os limites do universo anterior. Este fenômeno tem sido considerado como natural na leitura que as crianças fazem dos textos.

Há, uma certa coerência no comportamento manifestado por Vânia nas tarefas escolares de matemática. É possível que esta tendência em fugir do tema proposto, articulado com a de "fazer contas", provocasse os erros incompreensíveis que cometia, como em mais este exemplo: Ao resolver o problema nº6 do Quadro II Vânia efetua:  $150 \times 9 = 1350$ ;  $150 + 108 = 258$ ;  $1350 = 258 = 1608$ ;  $1608 - 258 = 1350$

4.1.2. As ocorrências a seguir nos remetem aos diferentes feitiços que assume a questão da pertinência nos problemas matemáticos escolares e na vida cotidiana:

---

<sup>5</sup> É fato comum na linguagem infantil o uso de um verbo por outro (geralmente o "positivo") para pares de ações ou processos conversos: acender/apagar; tirar/colocar; dar banho/tomar banho. Assim "multiplicação" por "dividir" não significa necessariamente que ela passou da operação de multiplicação para a de dividir, mas simplesmente usou um termo por outro.

no processo de resolução os alunos incluem entre os dados fornecidos no problema verbal, elementos estranhos à sua interpretação em linguagem matemática, ou seja, tomam como universo de interpretação do texto o mundo em que os eventos, as coisas, os objetos se constróem. Neste, há critérios não matemáticos e não deterministas orientando julgamentos sobre o que é e o que não é pertinente. Além disso esses critérios são redundantes e lacunárias. É o caso de um episódio ocorrido na terceira fase do projeto em que os alunos foram convidados a comprar ioiôs comparando duas oferta diferentes. (5 ioiôs por R\$7,50 e 8 ioiôs por R\$ 9,60),<sup>6</sup>

Dois alunos de um grupo de três (Edu e And) incluem na solução seus desejos (*eu quero comprar na oferta 2; é mais caro, mas vem mais!*) e condições pragmáticas (*precisa saber o dinheiro que a gente tem.*) Ao contrário, outro aluno (Fel) resolve o problema segundo a lógica prevista: calculando o preço unitário em ambas as ofertas e comparando-os. Foi só depois da sugestão dada por mim, como entrevistadora, a And e Edu para comprarem seus pacotes de ioiô na loja que escolheram e venderem um ioiô para Fel é que os eles fizeram a operação correta ( $9,60 : 8 = 1,20$ ), conferiram o resultado com o comprador e concluíram que iam vender o ioiô por R\$1,20. No prolongamento do diálogo, nessa mesma direção, os meninos dizem, com muita alegria: *O outro é mais barato que esse, ... por que o outro é 1,20 reais e esse é 1,50 reais.*

O diálogo ocorrido na etapa final evidencia como, frente à hipótese de vender um objeto para o amigo, ou seja de tomar uma decisão, esses alunos calculam o custo unitário, aparentemente entrando no jogo das regras que foram sendo insinuadas pelo direcionamento dado ao diálogo: o engajamento em uma atividade teórica voltada à comparação de preços das mercadorias tendo em vista o tratamento aritmético da situação tomada como problema escolar.

Chevallard (ob. cit., p.29) considera a importância dos problemas verbais escolares, (vistos como problemas para-científicos em um sentido amplo), justamente para colocar o aluno face a questões particulares que tomam a forma de problemas, questões para as quais existe resposta e, mais importante ainda, para as quais é possível dar uma resposta pelos seus próprios meios. Entretanto, a via de acesso a uma experiência produtiva nessa direção passa pela exigência de a escola favorecer a revelação dos significados atribuídos às ações discursivas efetivadas em classe, mediadas pelo texto do problema e, como decorrência, provocar uma reflexão sobre a natureza desse texto. Em outros termos, as tarefas escolares devem

---

<sup>6</sup> Valores transformados de cruzeiros para reais

favorecer o emergir de modos distintos de encarar os eventos e a análise do que é pertinente para uns e pertinente para outros, como um dos vieses em que o conhecimento escolar pode ser problematizado. De outro ângulo, a negação dessa possibilidade descarta no ensino a vigilância que as crianças podem, de forma proveitosa, exercer sobre a clareza, a precisão, e as condições gerais de formulação de enunciados de problemas.

4.2. Outra fonte de erros para a solução matemática de um problema verbal é fazer uma leitura superficial do texto orientando-se por variáveis textuais não pertinentes ao processo de sua resolução matemática. Entre as variáveis textuais ressalto: 1) a fixação de uma estrutura em que o texto, ou parte do texto, se cristalizam, 2) e o papel das marcas verbais. Em outros termos, a escola favorece a constituição de uma relação do aluno com os problemas verbais escolares que mobiliza a procura de indicações didáticas da "conta a ser feita" e a necessidade de dar uma resposta cuja avaliação é de responsabilidade do professor. Esses fenômenos contribuem para a ocorrência de respostas absurdas a problemas com propostas aparentemente reais, conforme constatações de pesquisas na área, discutidas em diferentes perspectivas. (Brousseau, G., 1986, Chevallard, Y. 1988, Hidalgo, M.C.M, 1997). A análise dessa dificuldade perpassa pela consideração, entre outras, da natureza específica do saber em foco, da natureza do discurso, escolar, pela análise das características da prática escolar. Ressalte-se, entretanto que dificuldades conceituais desempenham aí o seu papel. Ilustro as afirmações acima com dois exemplos.

Na entrevista sobre o problema "empacotamento de balas" transcrito no Anexo nº3, (8 balas por saquinho, 96 balas ao todo) sete dos dezesseis alunos resolveram o problema por meio de uma multiplicação. Assim Edu: O aluno faz a multiplicação, lê novamente o texto do problema e dá a resposta: "*Precisava de 768 saquinhos de balas, para ensacar 96 balas*", e a confirma apesar de minha interferência, como entrevistadora.

P: - *O que são esses 96?* E: *São as balas que vai servir.* P: *Precisará de 768 saquinhos para servir 96 balas? Você acha que está bom?* E: *Tá.*

O desenvolvimento da segunda parte da entrevista, revela que Edu, mesmo tendo formado 13 grupos de 4 balas (52 balas, 4 em cada saquinho), erra na escolha da operação e corrige seu raciocínio pela avaliação dos resultados:

-*Fiz a conta, ia dar duzentos e tanto, então fiz de dividir e deu 13 (...).*  
*Antes, ia dar muitos saquinhos.*

Outro episódio bastante ilustrativo dos fenômenos categorizados neste item,

desta vez ocorrido durante o período de observação, é o seguinte. A professora avaliou o desempenho dos alunos quanto à compreensão da adição e da multiplicação propondo o seguinte problema:

Taís tem 8 lápis vermelhos, 2 azuis, 7 verdes, 5 amarelos e 4 roxos. Célia tem 6 caixas com 8 lápis de cor cada uma. Taís tem \_\_\_\_ lápis ao todo. Célia tem \_\_\_\_ lápis ao todo.

Obtendo resultados satisfatórios, a professora concluiu que os alunos já diferenciavam claramente as operações em jogo. Diante de meus argumentos sobre a possibilidade de haver interferência de indicações didáticas (primeira proposição com cinco argumentos, ordem de grandeza dos valores numéricos), a professora propôs-se a reavaliar a classe, já no dia seguinte, a partir de outro texto análogo ao anterior em que a estrutura das proposições que explicitam as condições do problema e os valores das variáveis foram convenientemente alterados para:

Edu tem 2 tipos de discos: 236 de música estrangeira e 8 de música brasileira. Gil só tem discos de música brasileira: são 7 pilhas de 18 discos cada uma.

Constatamos 19 casos de acerto (desprezando pequenos erros de cálculo) e 13 casos de erros distribuídos nas categorias:

-  $236 \times 8$  e  $18 \times 7$ , os dados são selecionados corretamente, mas a adição é confundida com a multiplicação (três ocorrências);

-  $236 \times 2$  (sete ocorrências) ou  $8 \times 2$  (uma ocorrência), erro na seleção da operação e na seleção dos dados (discos de Edu)

- propostas mais desviantes :  $(236 \times 2 \times 8)$ ,  $(2 \times 8 \text{ e } 18-7)$

Por ocasião da correção coletiva da tarefa ficou clara a relutância dos alunos em aceitar a existência de um dado desnecessário ao cálculo:

P: - *Que conta você deve fazer?* (para saber quanto tem o Edu)

A: - *Multiplicar o 2 pelo 236.* P: - *Por quê?*

A: - *Porque o 2 não pode ficar fora da conta.*

Os alunos que pareciam, antes, distinguir adição de multiplicação, confundiram-nas aqui. Por quê? Ao contrário da primeira cadeia verbal do primeiro problema acima, que sugere uma adição, a do segundo problema pode sugerir uma multiplicação, se os alunos seguem a pista: os argumentos reduzem-se a dois e os valores numéricos têm uma ordem de grandeza bastante diferenciada (unidade simples versus centena).

Um aluno oferece uma explicação para o erro do segundo caso: "*o 2 não pode ficar fora da conta*". Mas ao incluí-lo no cálculo, por que os alunos utilizaram o 236 como outro fator e não o 8? Parte da primeira cadeia verbal do problema, ... *2 tipos de discos: 236 de música estrangeira...* determinou, na maior parte dos erros, a escolha da operação a ser efetuada. Provavelmente, estabeleceu-se uma correlação entre essa parte do texto e o modelo habitualmente utilizado nos problemas de multiplicação, como *tenho 2 agrupamentos, 2 pilhas, 2 pacotes ... de 236 discos*.

A constatação desse e de outros fenômenos como este revelou uma parte dos mecanismos implícitos no ensino de problemas e na prática da avaliação, capazes de levá-los a rumos inseqüentes. Entretanto, a avaliação da professora também se fixava no objetivo mais imediato da atividade ("*eles têm dificuldade de inverter a situação; confundem multiplicação com divisão*") e avaliava os resultados pela média da classe, descuidando-se justamente desses aspectos mediadores que as dificuldades revelam.

Por isso, no enfoque assumido neste trabalho, a análise da dimensão técnica da avaliação é situada no contexto de sala-de-aula e, portanto, em interação como todos esses aspectos relativos à influência recíproca que exercem entre si alunos e professor, por sua vez sujeitos todos a um contrato social em que a natureza do seu trabalho se define. Nesta direção, Lüdke (1992, p. 121) ressalta a importância de captar tais incongruências no cotidiano escolar e a importância de situar as técnicas de avaliação como mediatizadoras dos processos de aquisição do conhecimento pelos alunos.

### **Considerações finais**

Imergindo durante quase um ano letivo no contexto escolar, nas circunstâncias em que as questões da pesquisa foram adquirindo contornos próprios, pude participar das experiências e percepções da professora e do corpo técnico da escola, relativas às dificuldades apresentadas pelos alunos em matemática. Pude, principalmente, conviver com esses alunos, ouvindo suas razões e suas percepções sobre seus erros, dificuldades e acertos na resolução de situações multiplicativas que lhes foram propostas. Selecionei, neste texto, aspectos e eventos que pudessem orientar a discussão para uma colocação em evidência de elementos envolvidos na configuração da distribuição do saber escolar na classe e de uma certa relação a esse saber. Nessa perspectiva, a análise sobre as dificuldades dos alunos, ganha maior relevância quando situada no contexto global da pesquisa. No ensino regular da classe, o empenho dos alunos colocava-se na procura da conta a ser feita

e na validação pelo professor da solução encontrada. Já na situação entrevista, sentiram-se mais a vontade para avaliar mentalmente a resposta do problema, expor suas opiniões, suas dúvidas. Pode-se dizer o mesmo em relação às sessões de estudo ocorridas fora do horário escolar: houve, neste caso, uma mudança significativa nas características da prática pedagógica em geral e, em especial, no contrato didático. Criaram-se assim as condições para que os alunos não conformassem a interpretação do discurso às convenções estabelecidas pelo problema escolar e revelassem, assim, seus modos de relacionar-se a essa tarefa.

Os comportamentos discutidos neste artigo referem-se a alunos que apresentam, na avaliação da professora, dificuldades em Matemática e indicados para as aulas de “refôrço.” Este é, alias, o aspecto mais negativo e inquietante da situação descrita neste texto: são justamente os alunos que mostram maiores dificuldades conceituais na resolução de problemas multiplicativos e consequentemente os mais sujeitos a cair nas armadilhas do contrato didático - como pude amplamente constatar nas entrevistas e na terceira etapa do projeto - os que mais buscam a solução dos problemas pela leitura de indicações didáticas e não por investimento em uma atividade de descoberta. As condições sob que se desenvolve o ensino de problemas nas primeiras séries do ensino fundamental têm apresentado regularidades quanto ao contrato didático que o rege, à estrutura textual e aos contextos de uso dos problemas, ou seja em aspectos pelos quais se estabelecem no ensino a “*relação a esse saber.*” Deste modo, o referido conceito nos permite, conforme apontado por Chevallard (1987), atribuir um certo grau de generalidade às conclusões a que chega este meu estudo. É importante destacar que não se trata de transferir, nesta discussão, a “culpa” dos maus textos - textos ambíguos, textos sobre contextos irreais, etc - para as características lógicas intrínsecas ao texto tais como estrutura lingüística, condições de pertinência, dados necessário e suficientes. Problemas verbais rotineiros continuam a ter seu espaço no ensino, se conjugados a outras formas de situações-problema e inseridos em uma interação que favoreça a negociação dos significados neles produzidos.

As conclusões da pesquisa “*Situações multiplicativas elementares*” (Franchi, 1995) de que extraí este texto, apontam para a oportunidade do desenvolvimento de novas pesquisas que integrem múltiplas dimensões de análise da ação pedagógica, esclarecendo mecanismos ocultos que interferem negativamente na dinâmica quer do processo de ensino e aprendizagem, quer de sua avaliação em detrimento dos alunos que mais se situam à margem desses processos.

### Referências bibliográficas

- BROUSSEAU, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions 7 (2), 33-115.
- BROUSSEAU, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions 9(3), 309-336.
- CARRAHER, T., CARRAHER, D. SCHILIMANN A. (1988). Matemática oral e Matemática escrita in *Na vida dez na escola zero*. 45-67. São Paulo: Cortês Editora.
- CHEVALLARD, Y. (1987). La didactique entre étude locales et théorisation: le cas de l'algèbre dans l'enseignement du second degré. *Actes du colloque de Sévres*. 305-324.
- CHEVALLARD, Y. (1988). Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contrat et de situation . *Publication de l'IREM d'Aix Marseille* . 14.
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique perspective apporté par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions 12 (1), 73-112.
- ERICKSON, F. (1989). Metodos cualitativos de investigacion sobre la enseñanza. in M. C. WITTROK, *La investigacion de la enseñanza, metodos cualitativos y de observacion*. 198-301. Buenos Aires: Paidós.
- E.R.M.E.L. (1978). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire*. CE Tome 1. Paris: SERMAP OCDL.
- FORQUIN, J. C. (1993). *Escola e cultura: as bases sociais e epistemológicas do conhecimento escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- FRANCHI, A. (1995). Compreensão das situações multiplicativas elementares. Tese de doutoramento. PUC- SP.
- FRANCHI, C. (1977). Linguagem - atividade constitutiva. *Almanaque Cadernos de Literatura e Ensaio*. 5. 9-27. São Paulo: Brasiliense.
- FRANCHI, E. P. (1988). *Pedagogia da alfabetização: da oralidade à escrita*. São

- Paulo: Cortês Ed.
- GERALDI, J. W. (1991) *Portos de passagem*. São Paulo: Martin Fontes.
- LÜDKE, M. e MEDIANO, Z. (1992). *Avaliação na escola de 1º grau: uma análise sociológica*. Campinas: Papirus.
- LÜDKE, M. e ANDRÉ M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em Educação*. São Paulo: EPU.
- NESHER, P. (1988). Multiplicative School word problems: theoretical approaches and empirical findings in M. Behr and J. Hiebert (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades*. 19-40. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- NUNES, T., SCHLIEMANN, A. L. e CARRAHER D. (1993). *Street Mathematics and school mathematics*. Cambridge: University Press.
- PERRIN, G. (1993). Question didactique soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes "faibles". *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions 13 (1.2), 6-17.
- SCHÖN, D. A. (1992). Formar professores como profissionais reflexivos in A. NOVOA (Coord.) *Os professores e sua formação*. 77-93. Lisboa: Dom Quixote Instituto de Inovação.
- SCHWARTZ, J. (1988). Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations in M. Behr and J. Hiebert (Eds.) *Number concepts and operations in the middle grades*. 41-52. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- HAREL, G. e CONFREY, J.(Eds.) (1994). *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. Albany: State University of New York Press.

**QUADRO I**  
**Crêterios de Classifica o dos Problemas**

**A. Tipos de referentes numéricos.**

Multiplica o

1. Situa o trivial - (exemplos 1, 2, 3)
2. Situa o comparativa - (exemplo 4)

Divisão

1. Divisão reparti o - (exemplos 6, 7)
2. Divisão por quota - (exemplos 8, 9)

**B. Variáveis extra-matemáticas no enredo do problema.**

1. Quantidades discretas (canetas, bolinhas, etc.; exemplos 1, 4, 5)
2. Valores em cruzeiros (determina o de preço, s lrio, etc.; exemplos 2, 3, 7)

**C. Dependência ou Independência entre os dados.**

1. Dados independentes para todas as opera es (exemplo 9)
2. Dados independentes para multiplica o ou divisão (exemplo 4)
3. Dados dependentes (exemplo 10)

**D. Ordena o dos dados na formula o do texto verbal.**

Multiplica o

1. Referência inicial   quantidade extensiva (exemplos 1, 2, 3)
2. Referência inicial   quantidade intensiva (exemplo 14)

Divisão

1. Ordem direta (os dados numéricos se ordenam na ordem em que constam no algoritmo da divisão:  $\text{dividendo} > \text{divisor}$ ; exemplo 5, 9)
2. Ordem inversa (o dado correspondente ao divisor   fornecido primeiro, exemplo 8)

## Anexo 2

## QUADRO II

### Exemplos Ilustrativos de Problemas e sua Categorização

TEXTOS	OPERAÇÕES	CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO
1. Uma professora recebeu 4 caixas contendo 24 gizes em cada uma. Se ela já usou meia centena de gizes, quantos restavam ?	Multiplicação Subtração	sit trivial q discreta dados indep. (2) ordem: E --> I
2. Comprei 8 canetas por Cr\$ 560,00 cada. Dei em pagamento Cr\$ 10.000,00. Quanto recebi de troco ?	Multiplicação Subtração	sit trivial, custo total em cruzeiros, dados indep. (2), ordem: E --> I
3. Um vendedor ambulante vendeu 7 canetas por Cr\$ 2.875,00 cada e 8 panelas por Cr\$ 4.900,00 cada. Quanto recebeu ?	Multiplicação Multiplicação Adição	sit.trivial, dados indep.(2), ordem: E --> I
4. Estava com 353 bolinhas. Em quatro vezes que joguei ganhei esse mesmo tanto. Com quantas bolinhas fiquei se perdi 449 ?	Multiplicação Subtração	sit.comparativa q. discret. dados indep.
5. Num jogo de basquete Elaine fez o triplo de pontos de Amelia. Amelia fez 15 pontos. Quantos pontos fez Elaine ?	Multiplicação	sit comparativa q. discretas
6. Tenho duas caixa de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa ? e na segunda caixa ? quanto há ao todo nas duas caixas?	Adição Multiplicação	sit. trivial , q. discretas dados dependentes ordem E→I
7. Cr\$ 12.960,00 é repartido igualmente entre 6 garotos. Um deles recebeu sua parte e gastou Cr\$ 58,00. Com quanto ele ficou ?	Divisão Subtração	div. repartição valores em cruzeiros dados indep. (2) ordem direta
8. Zeca é pedreiro. Recebe a mesma quantia de dinheiro por dia de trabalho. Se ele trabalhou durante 8 dias e no final lhe pagaram Cr\$ 4.400,00, quanto ganhou por dia ?	Divisão	div. repartição salário unitário ordem indireta

## Anexo 2

**QUADRO II**  
**Exemplos Ilustrativos de Problemas e sua Categorização** (cont.)

TEXTOS	OPERAÇÕES	CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO
<p>9. Alexandre coleciona chaveiros. Ele amarra os chaveiros em grupos de 5.</p> <p>a) formando 8 grupos, quantos chaveiros ele terá ?</p> <p>b) quantos grupos precisará para ter 50 chaveiros ?</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Divisão</p>	<p>div. por quota, q discreta</p> <p>dados indep. (1)</p> <p>ordem inversa</p>
<p>10. Com os 20 alunos que vão participar de uma gincana o professor fez equipes com o mesmo número de crianças. Quantas equipes formará ?</p>	<p>Divisão</p>	<p>div. por quota, q discreta</p> <p>dados indep. (1)</p> <p>ordem direta</p>
<p>11. Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dá-los de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um ?</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Divisão</p>	<p>div. repartição q</p> <p>discretas, dados depend.</p> <p>ordem direta</p>
<p>12. Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo ?</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Multiplicação</p>	<p>mult. Trivial, q discretas</p> <p>dados depend.</p>
<p>13. Carlos comprou uma bicicleta de passeio, aro 26, em abril de 1989. O pagamento foi feito desta maneira:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 1 entrada de Cr\$ 20,00</li> <li>- 4 prestações de Cr\$ 50,00</li> </ul> <p>Encontrar o total que Carlos pagou pela bicicleta.</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Adição</p>	<p>mult. trivial (prestação)</p> <p>dados indep.</p> <p>ordem: E --&gt; I</p>
<p>14. Camila foi a loja levando Cr\$ 2.000,00, comprou 4 cadernos. e recebeu de troco Cr\$ 200,00. Qual o preço de cada caderno.</p>	<p>Multiplicação</p> <p>Subtração</p>	<p>sit. Trivial</p> <p>valores em cruzeiros</p> <p>dados dep.</p> <p>ordem: I --&gt; E</p>

**Anexo nº 3****ENTREVISTA 1      Questão1: Empacotamento de balas**

Versão 1: Para a festa de seu aniversário Mônica resolveu servir saquinhos com 8 balas em cada um. Para ensacar 96 balas de quantos saquinhos precisará?

Versão 2: Para a festa de seu aniversário Mônica resolveu servir saquinhos com 4 balas em cada um. Para ensacar 52 balas de quantos saquinhos precisará?

**Condições de Aplicação**

Cada versão de cada uma das questões foi escrita em uma ficha, sobre a mesa havia fichas e saquinhos.

Versão 1: O aluno lê o problema da primeira ficha silenciosamente e em voz alta e que a seguir o resolva. No decorrer da entrevista o aluno pode voltar ao texto, quando sentir necessidade. Em caso de dificuldade o entrevistador coloca questões relativas ao texto.

Versão 2: O aluno faz a leitura da versão 2 e é convidado a fazer o problema utilizando as balas e os saquinhos:

"Faça de conta que você é a Mônica e vai preparar a festa. Você não está na escola, está em sua casa e vai ensacar as balas".

O aluno pode colocar as balas nos saquinhos de plástico ou formar grupos de balas sem ensacá-las