Desenvolvendo habilidades cognitivas através da matemática

Maria Cristina Kessler
Maria Cecília Bueno Fischer

1. Introdução

Uma das finalidades básicas da universidade deve ser a formação de profissionais críticos, criativos e participativos na sociedade. Assim sendo, o que marcaria a modernidade educativa, na visão de DEMO (1992), seria a didática do saber pensar, englobando, num todo só, a necessidade de apropriação do conhecimento disponível e seu manejo criativo e crítico.

A grande maioria dos alunos que ingressam na universidade foi vítima da chamada educação bancária (FREIRE, 1977), sustentada na reprodução, na memorização; é, portanto, de fundamental importância que se trabalhe o espaço educativo do saber pensar, no nosso caso, dentro das aulas de matemática, desde o momento de ingresso na universidade, ou seja, desde a primeira disciplina que envolve cálculos, a Matemática Fundamental.

2.Objetivos do estudo

O presente estudo centra-se na busca de uma proposta de ensino que enfatize o desenvolvimento de habilidades cognitivas. Neste contexto, entende-se por habilidades cognitivas as habilidades relacionadas à organização e ao uso do conhecimento.

3. Situando o estudo

A disciplina Matemática Fundamental, 60 h-a, integra o atual ciclo Básico da Universidade e é, portanto, a primeira disciplina de matemática para aqueles alunos dos 15 cursos que a tem como disciplina obrigatória. No segundo semestre de 97, estiveram matriculados 1941 alunos distribuídos em 43 turmas atendidas por 17 professores.

4. Descrevendo o caminho percorrido

Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, tendo como objeto de investigação o desenvolvimento de habilidades cognitivas em alunos com diferentes níveis cognitivos e recém ingressos na Universidade e realizado em uma determinada turma de Matemática Fundamental, tendo como professora uma das pesquisadoras e partiu de uma proposta construída pelos professores que a ministram. Apesar de partir de uma proposta já existente, o estudo acrescenta elementos novos de forma a contemplar os objetivos da investigação. O grupo investigado é constituído por 15 alunos, escolhidos de acordo com suas dificuldades em matemática. Esta amostra foi obtida a partir de um pré-teste realizado no primeiro dia de aula, de observações em sala de aula e entrevistas não-diretivas, nas quais o aluno era incentivado a falar sobre as suas concepções acerca do conhecimento matemático, constituindo a 1ª etapa desta pesquisa.

Os avanços e recuos do desenvolvimento cognitivo dos alunos foram registrados em fichas a partir dos instrumentos: a) observações durante a realização de exercícios individuais ou em grupos; b) análise das elaborações dos alunos em testes, trabalhos e verificações; c) entrevistas não-diretivas, nas quais os alunos eram solicitados a explicar a forma por eles encontrada para resolver determinadas situações que lhes foram propostas, fundamentais para a nossa compreensão acerca da lógica do aluno.

5. Apresentando e discutindo os resultados da pesquisa

O presente estudo preocupou-se em responder às seguintes questões:

1- Quais os pré-requisitos necessários a uma proposta de ensino direcionada ao desenvolvimento de habilidades cognitivas?

2- Qual a metodologia a ser utilizada de modo a contemplar os objetivos desta proposta?

3- Quais os avanços obtidos a partir de tal proposta?

5.1 - Respondendo a questão número 1, o estudo evidenciou alguns pré-requisitos importantes: a) avaliação prévia dos alunos; b) a criação de um ambiente propício; e c) a discussão da proposta junto aos alunos.

a) Avaliação prévia dos alunos: O presente estudo traz, como elemento novo em relação à proposta da disciplina, a necessidade de uma avaliação prévia dos alunos nela matriculados. Este pré-requisito justifica a sua importância dentro do processo de ensinar e aprender, por permitir ao professor conhecer as estruturas de recepção, isto é, as concepções dos alunos tais como surgem nas situações educativas e não tais como pretendeu-se construí-las. O ensino tradicional desconsidera as expectativas dos alunos, os seus interesses e a enorme gama de conhecimentos prévios e as diferenciações que o grupo apresenta. Trata-os como se fossem tábulas rasas, totalmente disponíveis e dispostos a aceitar o novo modelo. Esta proposta se opõe a este ensino e aponta para um outro elemento importante, a necessidade de se trabalhar na Matemática Fundamental de forma diferenciada entre as diversas turmas desta disciplina. Faz parte da cultura da disciplina o tratamento uniformizado, sustentado na idéia de justiça, de igualdade. Entendemos que a igualdade só poderá ser obtida através de um programa de ensino que reconheça as diferenças e desigualdades e nelas se sustente, promovendo propostas diferenciadas mas que culmine em resultados semelhantes, ou seja, a busca de igualdade será através do reconhecimento e do trabalho com a diferença.

Percebe-se uma diferença considerável entre os alunos que cursam esta disciplina no turno da manhã e os que a cursam à noite. As turmas diurnas são constituídas, na grande maioria, de jovens que apenas estudam, oriundos de um razoável 2º grau. Entendemos que uma proposta de ensino deva sustentar-se em um tipo de coesão, na qual sejam reconhecidas as diferenças e desigualdades, promovendo no currículo um constante subjetivar-se. Faz-se necessário, em algumas turmas, o estabelecimento de prioridades, privilegiando a qualidade em detrimento da quantidade dos conteúdos a serem trabalhados na disciplina. É preciso que haja uma certa flexibilidade no currículo, pois o trabalho do professor não pode a ele se submeter de forma empobrecedora.

b) apresentação/discussão da proposta junto aos alunos: A relação professor/aluno é uma relação mediada pelo saber, formalmente elaborada, visando o alcance deste saber. A noção de contrato didático trata, especificamente, dessa tríplice relação professor- aluno-conhecimento e tem origem nos estudos sobre didática da matemática realizados por BROUSSEAU (SILVA et al, 1996). O contrato didático para BROSSEAU (apud SILVA, 1996) é uma modalidade particular de contrato definido como

> a relação que determina - explicitamente por uma pequena parte, mas sobretudo implicitamente - aquilo que cada participante, professor e aluno, tem a responsabilidade de gerir e do qual ele será, de uma maneira ou de outra, responsável diante do outro (p.10).

Desta forma, o contrato didático delimita e é também condicionado pelos papéis que aluno e professor representam dentro desta relação. Estes papéis definem-se em função do pressuposto de que o professor não pode fornecer todos os recursos necessários à apropriação de um determinado saber. Uma parcela deste processo deverá estar a cargo do aluno, sob pena desta aprendizagem não se concretizar (SILVA, 1996). É impossível para o professor, em sala de aula, dar conta de um determinado conhecimento em sua totalidade. O que é feito é um recorte, onde elementos importantes são evidenciados, cabendo ao aluno lançar outros olhares sobre este conhecimento através da pesquisa, da prática a partir de determinados suportes proporcionados pelo professor, tais como indicação de bibliografia, listas de exercícios, etc. Acreditamos que os acordos deste contrato se constituem em elementos importantes dentro deste processo de ensinar e aprender. O aluno que chega à Universidade reclama quando alguma questão em uma avaliação foge um pouco da forma como foi trabalhada em sala de aula. Esta crítica nos remete novamente ao modelo reprodutivo ao qual, possivelmente, este aluno esteve submetido durante sua vida escolar anterior. Entendemos que é necessário conscientizar o aluno a respeito do seu papel dentro do processo de ensinar e aprender, enfatizando seu comprometimento ao exigir uma mudança em sua postura frente ao conhecimento matemático, que deve passar de submissa para ativa. Este fato pode gerar uma certa resistência, acostumados que estão a reproduzir passivamente o que lhes é transmitido.

Esta concepção é coerente com a teoria de educar de Gowin (apud MOREIRA, 1995), na qual o professor pode e deve procurar fazer com que o aluno capte o significado dos materiais curriculares mas não pode ser responsável pela internalização, pela incorporação destes significados à estrutura cognitiva do aluno. Em outras palavras, o professor pode compartilhar significados com o aluno – e o ensino tem esta intencionalidade – mas não pode aprender por ele.

c) criação de um ambiente propício à descoberta: Esta proposta de ensino se opõe totalmente ao ensino tradicional de matemática, no qual o professor é visto como dono e entregador de um saber pronto e acabado, na medida em que busca um ambiente propício à descoberta, incentivando o aluno a verbalizar suas dúvidas, seu conhecimento prévio acerca do conhecimento matemático, elementos fundamentais na aquisição do novo. É preciso que se crie um ambiente no qual as situações que envolvem os conteúdos matemáticos sejam problematizadas, estimulando o educando a (re)formular hipóteses, a justificar suas respostas, a argumentar e contra-argumentar, de maneira que ele possa formar, enriquecer e reorganizar os conceitos matemáticos que possui.

5.2 - Em resposta à questão nº 2, atividades e intervenções pedagógicas: As intervenções pedagógicas procuram envolver o aluno ativa e emocionalmente, contemplando os seguintes aspectos: diversidade de métodos, construção de situações significativas e a problematização destas situações, privilegiando sempre as categorias de análise utilizadas na investigação: interpretação de questões, construção de modelos e resolução de situações-problema, e interferindo nas concepções dos alunos. Para tanto, foram utilizadas as seguintes metodologias:

- Aula expositiva problematizadora: Esta metodologia sustenta-se em situações incitadoras trabalhadas inicialmente através do polígrafo da disciplina, constituindo-se em um processo dinâmico construído pelos alunos em interação com o professor. Foi uma preocupação constante da professora-pesquisadora fazer com que as questões trazidas pelos alunos fossem partilhadas com os demais, propiciando a (re)formulação de hipóteses e o envolvimento do grupo em torno da questão, que deixa assim ser apenas a do solicitante inicial para pertencer a todos. Nesta metodologia, o professor atua como mediador entre o aluno e o conhecimento, formulando perguntas que buscam provocar um desequilíbrio na estrutura cognitiva dos alunos, fazendo-os avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação. Resultados de pesquisas mostram que esses desequilíbrios, percebidos pelo sujeito como conflitos, em geral desempenham um papel positivo na aquisição de novos conhecimentos (COLL e MARTÍ, 1996). Com vistas a atingir os objetivos do estudo, durante as aulas foi também enfatizado pela professora-pesquisadora alguns elementos importantes a serem observados na busca de solução para uma determinada situação-problema. Os alunos foram incentivados a desenvolver uma metodologia que os permitisse resolver determinadas situações-problema, refletindo a respeito dos elementos presentes nos enunciados das questões relacionando-os com o objetivo a ser alcançado.

- Trabalho em duplas: Neste tipo de trabalho, os alunos têm a oportunidade de expressar suas idéias e de confrontá-las com as dos colegas. Esta metodologia foi muito utilizada não apenas pelo elevado número de alunos na sala de aula, que dificulta um atendimento mais personalizado, como também por este tipo de atividade permitir que os alunos tomem recuo em relação às suas próprias concepções, propondo idéias cada vez mais elaboradas (GIORDAN e VECCHI,1996). Entendemos que esta forma de aprender, a qual chamamos de ensino solidário, contribui para minimizar as dificuldades que algumas vezes surgem, pelo fato de que o docente transmite um saber a partir de sua própria lógica, que por sua vez é interpretado pelos alunos a partir de seu próprio sistema de referências (GIORDAN e VECCHI, 1996).

A eficiência da metodologia do trabalho em duplas dentro do processo de ensinar e aprender não é reconhecida por todos os professores de matemática, devido ao fato de que o aluno resolve uma determinada questão apenas com a ajuda do colega. Tal fato pode ser explicado através do conceito de zona de desenvolvimento proximal formulado por VYGOTSKY (1991). Segundo ele, a zona de desenvolvimento proximal

> é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. [...] A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário (p.97).

Ainda segundo VYGOTSKY(1991), o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento, que são capazes de operar muitas vezes somente quando o ser humano interage com seus companheiros.

- Experiências: Na sala de aula investigada, foram propostas duas experiências: a experiência da mola, que envolvia a função linear, e a do resfriamento do corpo, envolvendo a função exponencial. As experiências trabalhadas em sala de aula permitem que os alunos desenvolvam ações, físicas ou mentais, e reflitam sobre tais ações, descobrindo os conceitos matemáticos subjacentes à cada situação, ou seja, dão significado às equações matemáticas que podem ser vistas como uma aproximação do real, um modelo matemático obtido a partir da identificação de um certo padrão de regularidade na evolução dos dados. Na utilização deste tipo de atividade, SCHLIEMANN (1993) alerta que não basta criar as situações e deixar que os alunos passem por elas como se fosse um ritual. No seu entendimento, o(a) professor(a) deve participar o tempo todo da atividade, explorando seus diversos aspectos que podem constituir problemas interessantes que permitam aos alunos novas descobertas.

5.3 - Quanto à questão 3, avanços no desenvolvimento cognitivo do aluno: Os avanços cognitivos foram avaliados durante todo o processo, porém, de uma maneira mais formal nos seguintes momentos: ao final do grau A (grau parcial do semestre) e ao final do semestre, depois do grau C (recuperação), a partir das categorias de análise: interpretação das questões, construção de modelos e resolução de situações-problema.

Em um primeiro momento, nosso objetivo foi traçar um perfil do grupo investigado baseando-nos no pré-teste e na 1ª avaliação formal da disciplina. Estes instrumentos nos permitiram conhecer as estruturas de recepção dos alunos, o conhecimento matemático construído e as habilidades cognitivas desenvolvidas até então. Este perfil foi obtido a partir de um ponto de vista qualitativo, sustentando-se na análise dos erros e nas dificuldades enfrentadas pelos alunos. Nossa análise evidenciou a existência de dois grupos distintos dentro da amostra investigada: o grupo A, que apresentou avanços cognitivos, e o grupo B, que não apresentou avanços expressivos. Apesar desta diferença, de acordo com o pré-teste e com as primeiras avaliações da disciplina, os grupos apresentaram em comum um grande número de concepções errôneas relacionadas à aritmética e à álgebra. Percebeu-se, também, grandes dificuldades no trabalho com frações envolvendo a utilização de algoritmos. Por exemplo, a aluna H tira o m.m.c. até mesmo na multiplicação. Nos parece que aprendeu alguns algoritmos para somar e multiplicar frações, porém os está confundindo. Na multiplicação extrai o m.m.c. e ao somar as frações inverte o sinal da operação. Outro fato muito observado nestes dois grupos refere-se à soma de frações com denominadores diferentes sem encontrar o m.m.c. Tal soma é feita somando-se numerador com numerador e denominador com denominador.

Dentre as fragilidades evidenciadas, podemos citar ainda a prioridade das operações, que em grande parte dos alunos investigados não vinha sendo obedecida, o desconhecimento acerca das propriedades algébricas e a falta de compreensão dos números reais. Por exemplo, o número 1,15 foi considerado maior que o número 1,2. Este exemplo evidencia uma incompreensão do conceito de fração que, segundo CARRAHER (1993), "*decorre da interferência dos procedimentos e conhecimentos associados aos números naturais*"

(p. 187). No exemplo, provavelmente os alunos acreditam que o número 1,15 é maior que 1,2 porque 15 é maior que 2. Percebeu-se, em 6 alunos da amostra, uma tendência forte em pensar apenas em termos de números inteiros. Solicitados sobre o número de elementos do conjunto $\{x \in R \mid 1 < x < 5\}$, estes alunos responderam 3. A dificuldade em trabalhar com números relativos também apareceu em 5 alunos da amostra, quando afirmavam que –2 é maior do que –1.

No trabalho com as equações apareceram, com freqüência, erros de sinais quando há a necessidade de trocar algum termo de lado da igualdade. Estes erros sustentam-se em concepções errôneas do tipo: "*passa para o outro lado, troca o sinal*". Foi evidenciado também que não é levado em consideração as propriedades da álgebra como, por exemplo, a que diz que uma equação não se altera se a multiplicarmos ou dividirmos pela mesma quantidade. Estes erros indicam que algumas regras aprendidas são transferidas sem qualquer cuidado. Nossas ações subseqüententes voltaram-se ao tratamento destas concepções errôneas. Para ilustrar, trazemos uma situação surgida em sala de aula, onde se trabalhou a prioridade das operações através da seguinte equação **x = 160 – 70 . 0,5**. Para muitos alunos, a resposta foi 45. O aluno faz 160 - 70 e em seguida 90.0,5, desconsiderando totalmente a ordem das operações. Nossa prática nos permite afirmar que este tipo de erro tem acompanhado os alunos durante grande parte de sua vida acadêmica. O tratamento que temos dado a essas concepções errôneas busca a compreensão do algoritmo através de situações suficientemente significativas para o aluno, pois concordamos com GIORDAN et al(1996) quando afirmam que se as representações iniciais forem apenas rejeitadas, o sujeito adquirirá somente a ilusão do saber e as velhas concepções ressurgirão na primeira oportunidade um tanto incomum.

Nossa ação neste sentido consistiu em criar uma situação matemática auxiliada pelos próprios alunos, de modo a interferir nesta concepção errônea, enfatizando a obrigatoriedade de se obedecer uma determinada ordem das operações. A situação foi a seguinte: Pensando o 0,5 como o preço de uma determinada passagem (R$ 0,50), deseja-se comprar 70 delas com o 160, neste contexto, R$160,00. O valor do troco foi facilmente encontrado. A professora-pesquisadora propôs então que a ordem fosse seguida segundo aquela utilizada erroneamente pelos alunos. Eles acharam engraçado, já que a história ficou sem sentido formulada assim: tira-se 70 passagens de R$ 160,00 e, em seguida, este resultado é multiplicado por R$ 0,5.

5.3.1 - Analisando o grupo B: Os alunos do grupo B estão sendo identificados pelas letras de G a P. O grupo não apresenta boa formação em matemática, sendo 7 alunos oriundos de curso supletivo e 2 do curso magistério. Nossa análise evidencia poucos avanços no desenvolvimento cognitivo dos alunos deste grupo. Este fato nos leva a pensar que o conhecimento trabalhado em sala de aula é incompreensível para estes estudantes por não possuírem nem o quadro de referência nem a rede semântica para decodificar a informação.

O estudo aponta para a necessidade de "*uma estrutura cognitiva prévia, isto é, conceitos, idéias, proposições, com seus significados e relações significativas, já existentes na mente do aprendiz*" (MOREIRA,1995,p.68), ou seja, de algum conhecimento prévio e de um certo desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. Entendemos o raciocínio lógico como uma atividade mental que se sustenta na coerência entre as ações, sendo assim, o raciocínio lógico-matemático deve apresentar coerência com relação ao conhecimento matemático. Apresenta-se como uma atividade não arbitrária, já que se apóia em normas e regras pré-estabelecidas. Tais pré-requisitos não foram privilegiados pela formação anterior.

A estrutura de conhecimento de um indivíduo é construída a partir da atribuição de significados e das relações de significação que se estabelecem à medida que este indivíduo se desenvolve. São pontos de partida para a atribuição de outros, construindo então a estrutura cognitiva (MOREIRA, 1995). Nossa análise mostra que os alunos deste grupo apresentam um raciocínio lógico-matemático pouco desenvolvido. Em muitos momentos, foram solicitados a explicar, a justificar suas ações, porém sem êxito. Foram utilizadas frases desconexas, fazendo-nos pensar a respeito das concepções que estes alunos têm acerca da matemática. Nos parece que para muitos alunos não está claro que a matemática é uma ciência que se sustenta em regras e normas pré-estabelecidas. Percebe-se que muitos alunos lidam com ela como em um jogo de azar, onde tenta-se tudo sem nem sequer saber o porquê.

A análise do material coletado mostrou que os alunos deste grupo não apresentaram os avanços cognitivos esperados quanto às categorias de análise da investigação: interpretação das questões, construção de modelos e resolução de situações-problema.

a) Quanto à interpretação das questões: Entendemos como questão uma determinada situação onde existe algo a ser determinado como, por exemplo, uma equação, uma situação-problema, um gráfico, e sua interpretação como um processo a partir das seguintes etapas: a) domínio do símbolo, que consiste na atribuição de um significado a um determinado sinal portador de uma informação; b) compreensão desta informação, ou seja, conhecer e compreender o significado do símbolo; c) organização destes significados em proposições e em relações entre essas proposições; d) extração do significado geral das proposições, identificando a categoria à qual o problema proposto pode ser assimilado. Em se tratando de tabelas ou gráficos, a interpretação da questão se dá a partir da leitura dos dados e do estabelecimento de relações entre as variáveis.

Nossa prática evidencia que a interpretação das questões se constitui em uma das principais dificuldades enfrentadas não somente pelos alunos que ingressam na universidade. Acreditamos que estes estudantes não desenvolveram em sua vida escolar esta competência, que se constitui em um trabalho cognitivo mais árduo. Foram acostumados a manusear algoritmos, a reproduzir determinadas questões e, portanto, estão totalmente despreparados para este tipo de atividade. A análise do material produzido pelos alunos do grupo B evidencia uma dificuldade em organizar as informações contidas em uma determinada questão, identificando as relações que entre elas se estabelecem. Esta afirmação pode ser comprovada através da elaboração da aluna N (ilustração 1) na seguinte questão: Calcule o valor de m, sabendo que o coeficiente linear da reta da função $y = 2x + 2m + 5$ é igual a –1.

$$y = 2(-1) + 2(-1) + 5$$
$$y = -2 - 2 + 5$$
$$y = 1$$

Ilustração 1

A aluna N, ao a ser questionada quanto à razão que a levou a pensar no x = -1, respondeu à professora-pesquisadora um tanto irritada: "*mas eu não sabia quanto era x, ora*". Nesta elaboração da aluna, observa-se uma falta de atenção, pois a solicitação era de calcular m e a aluna acaba atribuindo a este m o valor –1 e calculando y.

Este tipo de pensamento esteve presente em muitas das produções dos alunos. Percebe-se que, quando o aluno não conhece o valor de uma variável, atribui a ela qualquer valor sem nem sequer se questionar a respeito de tal atribuição. A aluna I, nesta mesma questão, também atribui a x o valor –1 , porém sua elaboração não lhe permite chegar a lugar algum. Pode-se perceber que não há qualquer reflexão, nem mesmo quanto ao resultado absurdo encontrado. Ela chega a conclusão que y=0 e x=-1, ficando a dúvida: aonde foi parar o y, pela resolução da aluna? A ilustração 2 apresenta a produção dessa aluna:

$$y = 2\cdot(-1)+2m+5$$
$$y = -2+2m+5$$
$$-2+2m+5 = -2+2m+5$$
$$-\cancel{2}+\cancel{2}+\cancel{2m}-\cancel{2m}+\cancel{5}-\cancel{5} = 0$$
$$y=0$$
$$x=-1$$

ilustração 2

As elaborações acima demonstram que os alunos não conhecem o símbolo (b=coeficiente linear da reta) e, conseqüentemente, não compreendem seu significado (onde a reta corta o eixo y). . Ainda considerando a função linear, a aluna N escreveu "b: onde corta o y e a: onde corta o x". Estes estudantes estavam envolvidos em uma atividade orientada para determinados objetivos, no contexto da qual eles atribuem significados para determinados símbolos, tentando manter uma conexão significativa que possa justificar suas ações. Percebe-se nestes alunos uma certa impulsividade e desorganização, onde as respostas são obtidas na maioria das vezes por ensaio e erro. Segundo FEUIRSTEIN (apud SÁNCHEZ, 1989), a impulsividade se manifesta se manifesta por uma rapidez inapropriada com que uma pessoa responde a uma série de estímulos e é uma das principais causas dos erros dos alunos na solução de situações problemas, sendo, na maioria das vezes, produto de uma falta de objetivos no ato mental , como resultado de uma incapacidade para definir um problema. Não há organização de informações.

Percebe-se, também, neste grupo algumas deficiências no trabalho com gráficos, no que se refere à sua interpretação. Este processo envolve o domínio dos símbolos próprios desta representação cartesiana, a identificação das variáveis e a relação entre elas, que deverão permitir o reconhecimento de regularidade, a formulação de previsões e juízos qualitativos a respeito das situações que estão sendo representadas. Esta representação tem uma linguagem própria e a passagem de uma forma à outra exige o domínio de uma sintaxe que define as regras desta transformação. Alguns alunos não conseguem nem mesmo fazer uma leitura correta como é o caso da aluna I, que atribui ao 6 dois correspondentes, conforme ilustração 3, a seguir:

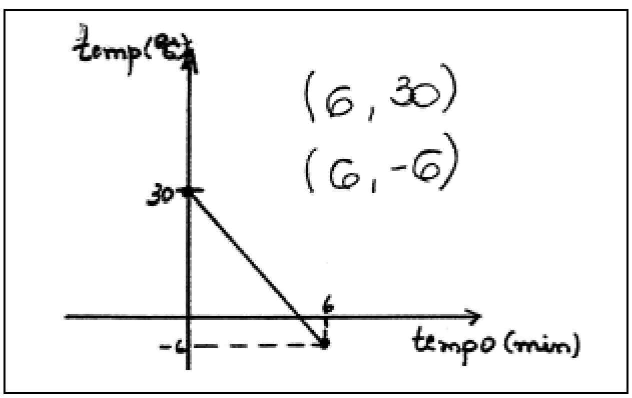

Ilustração 3

Este tipo de erro nos leva a pensar que a aluna I não vê o gráfico como lugar geométrico dos pontos que satisfazem a uma expressão, no caso uma função linear, e não se dá conta de que, tratando-se de uma função, não poderia atribuir ao 6 dois correspondentes, ou seja, duas imagens. Não estabelece qualquer relação com o contexto pois, se o fizesse, constataria algo errado, já que a chapa não poderia assumir ao mesmo tempo duas temperaturas distintas. Ficou evidente também que não há domínio do símbolo: f(2) muitas vezes é interpretado como 2f.

b) Quanto à construção de modelos: Esta categoria trata da transposição dos dados e relações, identificados de uma linguagem natural para uma linguagem matemática.

b.1) através de uma equação: Percebe-se em muitos alunos uma tendência expressiva de resolver determinadas questões através de uma regra de três, em situações onde a proporcionalidade não existe, como no caso das alunas E e G, ao resolverem um problema sobre cultura de bactérias que envolve uma função exponencial. Não foi compreendido pelas alunas que a cultura de bactéria obedece a uma lei, ou seja, que existe um modelo matemático representando esta situação e, assim, todas as informações a respeito desta cultura serão obtidas através da respectiva lei. É preciso esclarecer que estas alunas estão em diferentes grupos. A aluna G, cursando a disciplina pela 6ª vez, pertence ao grupo B e, mesmo após as discussões, manteve este tipo de raciocínio em outras ocasiões. Já a aluna E, pertencente ao grupo A, consegue avançar. Este avanço está registrado em 5.3.2.

b.2) através de um gráfico: O modelo matemático expresso através de um gráfico exige que o aluno tenha uma idéia mental a respeito de eixo, ou seja, o eixo como uma representação de números reais. Para nossa surpresa, percebemos que dois alunos não apresentaram esta compreensão ao serem solicitados a graficar dados expressos em uma tabela. O trabalho destes alunos pode ser observado na ilustração 4, abaixo:

x	h
0	0
1	20
2	32
3	36
4	32
5	20
6	0

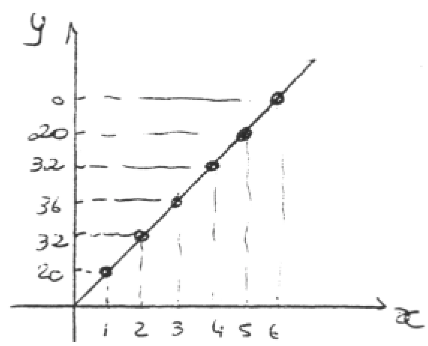

ilustração 4

Analisando esta elaboração, percebe-se que não existe uma compreensão a respeito de eixo, já que se observa no eixo y os valores decrescendo em um determinado momento.

Não há também uma preocupação com a escolha de uma escala. Este tipo de representação nos chocou, considerando que o trabalho com os gráficos já estava em sua terceira aula, e evidenciou a necessidade de buscar outras formas de intervenções que pudessem dar conta das dificuldades destes alunos.

c) Quanto à resolução das situações problemas: 1) da questão interpretada: Esta etapa, subseqüente à interpretação das questões, basicamente se sustenta na resolução de expressões algébricas. Os alunos deste grupo evidenciaram alguns erros importantes. A aluna I apresentou a seguinte resolução (ilustração 5) para a equação $3^x \,.\, 4^{x+1} - 5 = 0$:

$$x \log 3 + (x+1) \log 4 = \log 5$$
$$x(0{,}477) + (x+1)\, 0{,}602 = 0{,}698$$
$$x + x + 1 = -0{,}477 - 0{,}602 + 0{,}698$$
$$2x + 1 = 0{,}381$$
$$2x = 0{,}619$$
$$x = \frac{0{,}619}{2}$$
$$x = 0{,}3095$$

ilustração 5

Esta aluna devia ter em mente, ao resolver esta equação, o fato de que não se pode somar termos que não são semelhantes, talvez seja esta a razão da separação entre números e incógnita. Observamos erros do tipo: $2^3 = 2.3$ e $x^{-3} = -3x$. Em erros como: $2^{-1} + 3 = 6$; $2 \,.\, \frac{2}{3} = 3$ e $-3^2 + 4 = 1^3$, tivemos dificuldades em entender a lógica subjacente. Nesta última expressão, entendemos que o aluno somou as bases e somou os expoentes.

c.2) do modelo construído: A resolução algorítmica do modelo construído ou proposto se constituiu em um obstáculo impedindo o aluno de avançar. Alguns alunos conseguem interpretar o modelo proposto porém esbarram na resolução da equação. Estas concepções errôneas que estes alunos apresentam não lhes permitem avançar, pois geram outros erros, na medida em que servem como ponto de ancoragem para outros conhecimentos. Uma característica observada nos alunos deste grupo foi o grau de comprometimento com a disciplina. Muitos deles faltavam às aulas, chegavam tarde e alguns pouco participavam nas tarefas propostas. Suas ações basicamente se restringiam a copiar o que era colocado no quadro-verde pelo professor. Como muitas atividades sustentavam-se no trabalho realizado pelos alunos, individualmente ou em grupos, muitos destes alunos ficavam com um número reduzido de anotações.

5.3.2 Analisando o grupo A: Os alunos deste grupo estão sendo identificados pelas letras A a F e cursaram pelo menos duas séries do segundo grau. Todos os alunos deste grupo foram aprovados, um deles já no grau B (segundo grau parcial). Os avanços cognitivos destes alunos, observados a partir das categorias de análise já mencionadas, estão representados aqui por avanços observados em dois alunos do grupo.

A aluna F: Esta aluna apresentou um expressivo avanço que culminou com sua aprovação, tendo obtido 9,4 na prova de recuperação, o chamado grau C. É preciso evidenciar que F, durante todo o semestre, trabalhou com uma colega cujo desempenho em matemática era muito bom. Provavelmente este trabalho teve influência em sua aprovação. LINS(1994), sustentando-se em Vygotsky, defende a idéia de que a interação com colegas mais adiantados propicia o desenvolvimento cognitivo do sujeito. Analisando o desempenho desta aluna ao longo do semestre, as dificuldades iniciais quanto à interpretação das questões e o domínio dos símbolos foram gradativamente superadas, assim como quanto às concepções errôneas. Através da análise da última verificação, constatou-se que a aluna interpreta corretamente modelos e gráficos, estabelecendo relações entre os elementos do gráfico com os dados do problema.

A aluna E: A aluna E, em seu depoimento por ocasião do pré-teste, nos informou que cursou o científico no Colégio Sinodal, uma escola de renome na região. Apesar desta formação, seu pré-teste evidenciou importantes dificuldades em álgebra. Quanto à compreensão de modelos, foi constatado um expressivo avanço. Inicialmente houve uma tendência, por parte desta aluna, em interpretar o modelo a partir de uma proporcionalidade que não existe, como em questões que envolvem a função exponencial. Observou-se que este tipo de dificuldade foi superada.

6.Considerações finais

O estudo que no momento se encerra aponta para importantes questões, dentre elas, a importância de conhecer as estruturas de recepção dos alunos, pilares do novo conhecimento. Tal fato nos leva a refletir sobre o papel da universidade e do professor universitário dentro do contexto no qual estão inseridos. É consenso entre os profissionais de diferentes áreas que o nível do aluno que chega à universidade se reduz a cada ano. Sua formação está comprometida com uma série de dificuldades que a escola média e fundamental atravessam, mas entendemos que a universidade, ao receber os alunos por ela selecionados, assume com estes alunos um compromisso com sua formação. Esta questão não é vista pelos professores de matemática de forma consensual. Alguns se negam a tratar em suas salas de aula assuntos da escola fundamental e média, argumentando que não é esta a função da universidade. Se não é esta, então qual é? Pode a universidade se colocar fora da realidade, fora do contexto na qual está inserida, isolada em uma torre de marfim?

Desta forma, concordamos com SCHWARTZMANN (1994) quando afirma que a universidade tende a assumir uma pluralidade de papéis, freqüentemente contraditórios, em uma sociedade tão profundamente estratificada e diversificada como a brasileira. Reconhecidas, portanto, estas diferenças, precisamos procurar responder a elas e não negá-las pela via de imposição de igualdades formais, que tendem a intensificar ainda mais os processos de estratificação e desigualdade.

O estudo traz também, como outro elemento novo em relação à proposta da Matemática Fundamental, a discussão com os alunos da proposta de ensino a ser desenvolvida. Este contrato didático a ser estabelecido no primeiro dia de aula entre aluno e professor envolve de forma ativa o aluno, dividindo entre ambas as partes as responsabilidades quanto ao êxito do processo. Percebe-se que a grande maioria dos alunos que chegam à universidade não têm clareza das suas atribuições dentro do processo de ensinar e aprender. Muitas são as iniciativas para melhorar este processo mas não temos conhecimento de nenhuma que tenha como objetivo conscientizar o aluno da suas responsabilidades com a própria aprendizagem. Acreditamos que ações deste tipo devam ser desenvolvidas de forma a esclarecer para o aluno as etapas que envolvem a aquisição do conhecimento.

A metodologia defendida neste estudo preocupa-se em desenvolver habilidades cognitivas, e, sendo assim, diferencia-se do ensino tradicional em muitos aspectos. Citamos a construção e interpretação de modelos, a construção e interpretação de gráficos em detrimento à metodologia sustentada na utilização de regras e algoritmos. O conteúdo em sala de aula é permanentemente problematizado, desafiando o aluno a pensar, a questionar, a formular hipóteses. Este tipo de ambiente é totalmente diferente daquele encontrado em uma sala de aula tradicional, onde os alunos apenas ouvem, sem qualquer tipo de interação. A proposta em questão sugere uma descentralização, isto é, o centro do processo deixa de ser o professor e passa a ser a interação professor-conhecimento-aluno, valorizando também a interação aluno-conhecimento-aluno através do trabalho em duplas ou, em algumas situações, em grupos um pouco maiores. O estudo apontou o trabalho em duplas como metodologia importante dentro do processo de ensinar e aprender. Existe algumas divergências entre os professores de matemática da Universidade quanto à utilização desta metodologia de ensino. Alguns professores argumentam que a avaliação em duplas não é uma avaliação justa, pois o aluno com maiores dificuldades pode acabar recebendo uma nota que não corresponde ao seu aprendizado e, sim, ao do colega supostamente mais bem preparado. Existe uma preocupação, por parte destes professores, de se aprovar um aluno sem condições de ser aprovado. Os resultados desta pesquisa contrariam este tipo de entendimento. Entendemos que o aluno pode se beneficiar de atividades como esta, desde que se envolva de alguma maneira no trabalho e, assim, não sai desta relação exatamente como nela entrou. A pesquisa apontou também que uma parte do grupo investigado não apresentou avanços cognitivos importantes, devido ao fato de que estes alunos não possuem nem o quadro de referência, nem a rede semântica necessários para decodificar as informações transmitidas pelo professor (GIORDAN,1996), nos levando assim a outras reflexões. Acreditamos que, se estes alunos não forem atendidos de forma adequada, não terão chance de avançar, formando assim uma massa de alunos à margem do processo de ensinar e aprender, uma massa de alunos excluídos. Desta forma, a pesquisa que ora se encerra aponta diretamente a uma outra, que deverá se preocupar em investigar uma metodologia que possa dar conta de alunos com estas dificuldades. É preciso enfatizar que as estratégias didático-pedagógicas adequadas a esta outra proposta de ensino não podem ser as mesmas da proposta neste estudo apresentada, já que este ensino visa exatamente às dificuldades que não podem ser resolvidas por essas estratégias.

Esta preocupação que estamos demonstrando não é uma preocupação geral dos professores de matemática e de outras áreas afins. Alguns colegas entendem que a exclusão faz parte do processo, isto é, todos os alunos são submetidos a um mesmo tipo de tratamento e permanecem os melhores alunos. Ocorre o que chamam de seleção natural, como se todos participassem do processo em igualdade de condições. Entendemos que é necessário buscar uma proposta de ensino que possa minimizar a exclusão proporcionada pela matemática, reafirmando assim o compromisso da Universidade com a formação dos alunos por ela selecionados.

Ao encerrar este estudo, é preciso que se diga que esta investigação se constituiu em um estudo localizado, concreto, realizado em uma sala de aula em condições normais, isto é, a sala de aula que normalmente trabalhamos, no turno da noite, com grande número de alunos apresentando níveis cognitivos e expectativas com relação à disciplina diferenciados. Desta forma, a utilização de alguns destes resultados, em diferentes contextos, só será possível após minuciosa análise prévia dos mesmos.

7. Referências Bibliográficas:

1 - ALENCAR, Eunice Soriano de. **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.** São Paulo: Cortez, 1993.

2 -BRUER, John T. **Escuelas para pensar. Una ciencia del aprendizaje en el aula**. Barcelona: Ediciones Paidós,1995

3 -CARRAHER, Teresinha Nunes. In: ALENCAR, Eunice Soriano de. **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 1993.

4 -COLL, César; MARTÍ, Eduardo. **Aprendizagem e desenvolvimento: A concepção genético-cognitiva da aprendizagem**. In: PALACIOS, Jesús; MARCHESI, Alvaro (org). **Desenvolvimento Psicológico e Educação. Psicologia da Educação**. V. 2. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

5 -D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação: reflexões sobre educação e matemática**. Campinas: Summus, 1986.

6 -DAVIS, Phipip J. HERSH, Reuben. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985, 481p.

7 -DEMO, Pedro. **Formação dos formadores básicos**. In: Em Aberto. vol.12, n. 54, 1992. P.23-43.

8 -FALCÃO, Jorge T. R. **A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas**. In: SCHLIEMANN, Ana Lúcia et.al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993, p.85-105.

9 -FREIRE, Paulo. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977.

10-____. GUIMARÃES, Sérgio. **Sobre Educação (diálogos)**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.

11-____. **Política e Educação**. São Paulo. Cortez, 1993.

12-GIORDAN, André. VECCHI, Gérard de. **As origens do saber: das concepções dos aprendentes aos conceitos científicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, 222p.

13-KESSLER, Maria Cristina. **Competências básicas em matemática para o exercício de uma cidadania ativa**. Dissertação de mestrado, 1997,a.

14-_____. **Repensando a matemática fundamental**. Texto dig. 1997,b.

15-_____. **Juntando alguns fios...** Texto dig. 1998.

16-LINS, Rômulo Campos. **O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico**. In: Dynamis, Blumenau, v.1, p.29-39, abr/jun 1994.

17-LINS, Rômulo Campos. GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus,1997.

18-LIPMAN, Matthew. **O pensar na educação**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995, 402p.

19-MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

20-MONTANGERO, Jacques. MAURICE-NAVILLE, Danielle. **Piaget ou a Inteligência em Evolução**. Porto Alegre: ArtMed, 1998

21-MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

22-MOREIRA, Marco Antonio. **Pesquisa em ensino: aspectos metodológicos e referenciais teóricos à luz do Vê epistemológico de Gowin**.São Paulo: EPU, 1995, 94p.

23-NOVAK, Joseph D. **Uma Teoria de Educação**. São Paulo: Pioneira,1981

24-SÁNCHES, Maria Dolores Prieto. **Modificabilidad cognitiva y P.E.I.** Madrid: Editorial Bruño, 1989, 350 p.

25-SANT'ANA, ILZA MARTINS. **Porque avaliar? Como avaliar? : critérios e instrumentos.** Petrópolis, RJ: Vozes,1995.

26-SCHLIEMANN, Analúcia. CARRAHER, David. **Razões e proporções na vida diária e na escola**. In: SCHLIEMANN, Analúcia et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993, p.13-39.

27-_____. CARRAHER, David (orgs). **A compreensão de conceitos aritméticos. Ensino e pesquisa**. Campinas, SP: Papirus,1998.

28-SILVA, Élcio Oliveira da. MOREIRA, Mariano. . GRANDO, Neiva Ignês. **O contrato didático e o currículo oculto: um duplo olhar sobre o fazer pedagógico**. In: Zetetiké, Campinas, SP, v.4, n.6, p.9-23, jul/dez. 1996.

29-SCHWARTZMANN, Simon. **O futuro da educação superior no Brasil**. In: PAIVA, Vanilda e WARDE, Mirian (orgs). **Dilemas do ensino superior na América Latina**. Campinas, SP: Papirus, 1994, p.143-179.

30-SPINILLO, Alina G. **Proporções nas séries iniciais do 1º grau**. In: SCHLIEMANN, Ana Lúcia et.al. In: **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993, p.40-61.

31-SZTAJN, Paola. **Resolução dos problemas, formação de conceitos matemáticos e outras janelas que se abrem**. In: Educação Revista, Belo Horizonte, p.109-122, jun/97

32-VERGANI, Teresa. **Educação Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, 1993.

33-VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1989

34-_____. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.