O ENSINO FUNDAMENTAL E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROPORÇÃO SIMPLES: UMA ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS

Oliveira, Izabella A. F. G. (UFPE)
Santos, Marcelo Câmara (UFPE)

INTRODUÇÃO

Vários estudos vêm mostrando que a compreensão do conceito de proporção ocorre muito antes do ensino formal. Por esse motivo, acreditamos que os problemas de proporção podem ser resolvidos através de estratégias diferentes daquelas ensinadas pela escola. Acreditamos, também, que as escolhas de cada aluno em relação a que estratégias utilizar derivam da situação proposta pelo problema e do contrato didático do qual esse aluno é sujeito.

Em situação escolar, os alunos conduzem suas estratégias baseadas, prioritariamente, nos dados numéricos que o problema apresenta, não levando, muitas vezes, em consideração os dados relacionais necessários de serem compreendidos para a sua solução. Porém, poucos estudos analisaram quais são essas estratégias, diferentes da regra de três, utilizadas pelos alunos.

Geralmente, na escola, o ensino da proporcionalidade só acontece na 6ª série, privilegiando-se a regra de três como meio para resolução. Desse modo, buscaremos, neste trabalho, identificar que estratégias alunos de 5ª à 8ª série mobilizam ao resolverem problemas de proporção simples, e como atribuem-lhes significado. Observaremos, também, se existem distinções quanto às estratégias utilizadas por alunos das diferentes séries, pois, aqueles que estão cursando a 5ª série, não foram apresentados ao algoritmo formal da proporcionalidade. Em nosso trabalho, os alunos da 6ª série foram apresentados ao algoritmo da regra de três poucas semanas antes da coleta de dados e os alunos das 7ª e 8ª séries já estudaram a proporcionalidade em anos anteriores.

Na teoria dos estágios de Piaget encontramos que as aprendizagens, geralmente, ocorrem em períodos, em etapas definidas. Essas idéias encontram forte eco na escola, onde, geralmente, não se pode ensinar o “assunto” da 6ª série na 5ª série, visto que os alunos não teriam “condições” de compreendê-los e, assim, sucessivamente. Esse tipo de pensamento parece não levar em conta que os alunos podem apresentar um raciocínio, *a priori*, carregado de estratégias intuitivas antes do que se considera o “momento certo”. Momento esse, no qual o aluno já deverá apresentar esquemas suficientes para que possa ser introduzido em determinado conhecimento formal. Essa espera acaba por não privilegiar os conhecimentos prévios dos alunos e a acostumá-los a resolverem problemas através do modo que lhes foi ensinado, não contribuindo, assim, para a possibilidade de construírem caminhos significativos que os levem às respostas.

Segundo Dupuis e Pluvinage (1981), o ensino da proporcionalidade tem uma utilidade geral e incontestável no processo de ensino-aprendizagem da matemática. "A proporcionalidade se apresenta como de utilidade geral e incontestável, não somente representando um papel fundamental na matemática, mas suas aplicações são inumeráveis e estão presentes em todos os setores da atividade humana". No Brasil, o estudo da proporcionalidade ocorre, muitas vezes, de uma maneira fragmentada, onde cada assunto do capítulo referente ao tema proporcionalidade é visto como um objeto de estudo em si mesmo, provocando a transformação de ferramentas de resolução em objetos de estudo, o que ocorre, especificamente, com a regra de três.

Na escola, para a resolução de problemas que envolvem o conceito de proporcionalidade, geralmente, só é utilizado o algoritmo da regra de três, sem levar em consideração outras estratégias que sejam mais "significativas" para os alunos. Oliveira, Guimarães e Luz (1998), num estudo sobre as estratégias de resolução de problemas de proporção simples direta, adotadas por alunos da 7ª série após instrução formal do conceito de proporcionalidade, observaram que, quando havia uma quebra do contrato didático, através de uma instrução inicial que permitia aos alunos resolverem os problemas à sua maneira, não havendo somente a preocupação em fazer uma conta, surgiram, então, outras estratégias que não aquelas ensinadas na escola, como a *regra de três*.

Podemos, assim, pensar que se o algoritmo da regra de três fosse significativo, para esses alunos, ele seria visto como uma ferramenta facilitadora na resolução dos problemas de proporção.

O fato de liberar os alunos para a escolha do método de resolução, segundo as autoras, parece mostrar que eles não apresentavam mais a preocupação com o que o professor "acha", passando, então, a se apropriarem mais e com maior facilidade do significado do problema.

Encontramos relatado na literatura que quando os alunos têm que resolver um problema, e não foram apresentados a um algoritmo formal que permita resolvê-lo imediatamente, eles criam estratégias próprias para resolvê-los, que não os algoritmos formais. Essas estratégias, são construídas através da compreensão de seu significado, onde os alunos conseguem estruturar a lógica do problema e utilizam, para isso, ferramentas adquiridas anteriormente.

Para resolver problemas de ordem multiplicativa, Kamii (1995), relata variações na utilização das estratégias, as quais são percebidas quando os alunos resolvem um problema de ordem multiplicativa, através de adições e/ou subtrações repetidas, ou através de uma combinação de adições/subtrações e multiplicações/divisões dentro do mesmo problema matemático, para obter a sua solução. Essas combinações são construídas como um instrumento capaz de levar à resolução dos problemas. Em geral, esses procedimentos estão carregados de significado para os alunos, o que nem sempre acontece quando são utilizados os algoritmos formais, por exemplo.

A autora discute que, quando os alunos conhecem os algoritmos formais, eles encontram maior dificuldade em estabelecer relações significativas no problema. Para eles, resolver problemas tornou-se fazer uma conta.

A resolução de problemas de proporção, na escola, normalmente é realizada através da utilização da regra de três, algoritmo que, supõe-se, deve conduzir à resposta correta. Na utilização desse algoritmo, geralmente, os alunos não estabelecem relações entre as grandezas envolvidas no problemas e isso ocorre, não porque o algoritmo favoreça isso, mas sim, porque o contrato didático implicitamente estabelecido, dá a esse algoritmo o *status* de um "jeito mágico" de resolver, onde a tarefa do aluno se resume a encontrar os números no problema e a operar com eles, sem necessariamente estabelecer relações. Um fato que favorece a perda da compreensão do significado do problema, é que os problemas encontrados nos livros didáticos, apresentam uma estrutura onde é fácil identificar os números que deverão ser organizados para que a operação possa ser efetuada.

O contrato didático, implicitamente, estabelecido na maioria de nossas escolas, rege que o aluno só aprende ou aprende bem, se ele souber refazer o caminho percorrido pelo professor, se souber manipular com os dados numéricos apresentados nos problemas e se souber utilizar os algoritmos ensinados. Entretanto, podemos encontrar outras estratégias, que são também utilizadas pelos alunos, para resolverem problemas de proporção (Oliveira, Guimarães e Luz, 1998). Essas estratégias são geradas a partir da apropriação do significado do problema e construídas a partir de conhecimentos anteriores. Nesse sentido, nos parece que restringir o ensino da proporcionalidade a uma única série, numa única unidade e com uma única maneira de ser resolvido, merece ser repensado.

Geralmente, o que permeia a relação entre a compreensão da lógica do problema e qual estratégia vai ser utilizada, no momento de sua resolução, é o contrato didático, que rege a entrada em cena do objeto de conhecimento, definindo o papel de cada um dos elementos da situação didática.

O contrato didático é estabelecido a partir de uma situação didática e está presente em todas as relação ocorridas em sala de aula, regendo, muitas vezes de maneira implícita, como será o funcionamento da mesma.

Entendemos, aqui como contrato didático uma espécie de pacto entre o aluno, o professor e o conhecimento, ou seja, os participantes da situação didática.

Esse contrato é estabelecido de forma geralmente, implícita e determina como cada um desses elementos vai atuar na relação de ensino e aprendizagem. Essa espécie de contrato é praticamente invisível a olhares não preparados, tornando-se mais perceptível quando um dos elementos dessa relação didática transgride-o.

Segundo Douady (1991), o contrato didático está relacionado com a estratégia de ensino adotada; as escolhas feitas pelo professor, as responsabilidades atribuídas aos alunos, os objetivos de ensino, todos esses pontos são determinantes essenciais do contrato didático que, geralmente é um reflexo da concepção de aprendizagem do professor, da escola, etc.

Para exemplificar, nós podemos dizer que provocamos uma transgressão do contrato didático quando solicitamos que alunos da 5ª série, resolvessem problemas que só lhes seriam ensinados na 6ª série, visto que, em princípio, esses alunos ainda não conhecem o algoritmo formal de resolução dos problemas de proporção – a regra de três.

Em geral, a ruptura de um contrato didático provoca nos alunos uma necessidade que os leva a recorrerem a outras ferramentas, que não o algoritmo formal, para resolverem os problemas. Porém, o que pode ocorrer também, se o contrato didático estabelecido para o grupo de alunos estiver bastante solidificado e for centrado em conteúdos, com forte utilização de algoritmos ensinados pelo professor, é que esses alunos tenderão a fazer uma conta qualquer, ficando satisfeitos com o resultado dela obtido, sem perceberem que as respostas alcançadas são inadequadas as perguntas feitas. Subentende-se que, para que os alunos consigam utilizar ferramentas significativas para eles e adequadas para o tipo de problema proposto, eles terão necessidade de se apropriarem da lógica dos problemas, utilizando os conhecimento anteriores, possíveis de serem usados naquela situação. Ocorre com isso o que Brousseau (1987) chama de manipulação do saber, que serve de base para os alunos fazerem construções significativas e chegarem à resposta da situação proposta.

Nesse sentido, os alunos que se apropriam do significado do problema, constróem uma representação a seu respeito, o que lhes possibilita, então, manipularem com suas variáveis relacionais e numéricas da maneira que acharem mais conveniente.

Ainda segundo Brousseau (1987), o aluno que pode compreender, pode "raciocinar" a respeito de seu saber, analisá-lo ou combiná-lo com outros. E isto depende do modo pelo qual ele percebe a matemática na sala de aula, como ela está relacionada com outros saberes, e com a sua vida cotidiana.

A partir dessas constatações levantamos as seguintes questões: se alunos que não aprenderam formalmente a proporcionalidade na escola (5ª série), são capazes de resolver esse tipo de problema? Se existem mudanças quanto as estratégias privilegiadas pelos alunos ao longo do ensino fundamental? Até que ponto os alunos utilizam a regra de três como estratégia de resolução dos problemas?

Na tentativa de responder essas questões foi planejado esse estudo que buscou investigar que tipo de estratégias alunos de 5ª à 8ª série do ensino fundamental, utilizam para demonstrar a compreensão do conceito de proporcionalidade, através da resolução de problemas de proporção simples; observar como essas estratégias se modificam, ou não, ao longo do ensino fundamental; identificar possíveis diferenças de estratégias entre as estruturas de problemas.

METODOLOGIA

Participaram desse este estudo, 494 alunos de 5ª à 8ª séries de três escolas da cidade do Recife: uma particular, uma pública estadual e uma pública federal. Porém, nesse trabalho, não apresentaremos as diferenças encontradas em relação ao tipo de escola.

Para alcançarmos nossos objetivos aplicamos uma tarefa em que cada aluno resolveu individualmente 8 problemas, sendo 4 de proporção direta e 4 de proporção inversa. Acreditamos que a resolução desses problemas nas 4 séries finais do ensino fundamental, em 3 escolas, seja suficiente, no sentido de levantarmos as estratégias mais utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de proporção simples.

Os problemas foram selecionados de livros didáticos bastante utilizados nas escolas do Recife. Escolhemos problemas que cumprissem as categorias escolhidas por nós para serem observadas (ser de proporção direta ou inversa).

Esse estudo faz parte da minha dissertação de mestrado onde também foi observado como os alunos se apropriavam do significado dos problemas e como as estratégias utilizadas estavam relacionadas a tal apropriação.

RESULTADOS

Apresentaremos, primeiramente a descrição de cada uma das estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem os diferentes problemas, demonstrando exemplos retirados dos protocolos analisados. Posteriormente, faremos a análise dessas estratégias, tentando levantar hipóteses de suas utilizações.

1. Estratégia não identificada – é quando não conseguimos saber qual foi o cálculo utilizado pelo aluno para responder o problema, uma vez que o mesmo só registra a resposta do problema.

2. Adições sucessivas/replicação – essa estratégia baseia-se na soma, sucessivas vezes, da relação estabelecida entre as grandezas no problema, até que se encontre o valor solicitado.

Essa estratégia é descrita por Nunes e Bryant (1997) como uma progressão aritmética entre dois conjuntos.

Exemplo: **Problema 2** (direto) - Escrevi um livro de 400 páginas. Nos primeiros dois dias escrevi 100 páginas. Continuando nesse ritmo, quantos dias gastei para escrever todo o livro?

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}100 = 2 \text{ dias}\\ 100 = 2 \text{ dias}\end{array}\right\} 4 \text{ dias}\\ \left.\begin{array}{l}100 = 2 \text{ dias}\\ 100 = 2 \text{ dias}\end{array}\right\} 4 \text{ dias}\end{array}\right\} 8 \text{ dias}$$

3. Tarefa total – é quando os alunos resolvem o problema como se fossem dois subproblemas. Primeiro, o aluno encontra o valor referente ao todo (tarefa total), depois, aplica esse valor encontrado à segunda pergunta do problema. Essa estratégia só é encontrada nos problemas de proporção inversa.

Exemplo: **Problema 2 (inverso)-** Para forrar as paredes de uma sala, foram usadas 21 peças de papel de parede com 80cm de largura. Se houvesse peças desse mesmo papel que tivessem 120 cm de largura, quantas dessas peças seriam usadas para forrar as mesmas paredes?

80 x 21 = 1680
1680 : 120 = 14 peças de papel

Nesse problema, para que os alunos encontrem a tarefa total, eles devem multiplicar a quantidade de peças de papel (21), pela largura de cada peça (120cm). O resultado dessa relação representa a área a ser forrada.

Os alunos, então, multiplicaram (80 x 21 = 1680) que é o equivalente ao total de centímetros utilizados. Em seguida, dividiram esse total pela nova medida de cada peça de papel de parede, encontrando, assim, quantas peças seriam necessárias (1680 : 120 = 14 peças).

4. Valor unitário – é quando os alunos resolvem o problema através do estabelecimento de uma relação entre as grandezas, encontrando o valor unitário e aplicando, posteriormente, esse valor unitário à pergunta do problema.

Vergnaud (1991) descreve essa estratégia como sendo a utilização de uma lei binária, onde os alunos irão estabelecer uma relação entre grandezas diferentes, hora e velocidade, por exemplo.

Exemplo: **Problema 1 (direto) -** Mantendo uma mesma velocidade, um carro percorre 500 Km em 10 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 30 horas?

500Km : 10h = 50 Km/h

50Km/h x 30h = 1500 Km

Nesse problema os alunos dividem o total de quilômetros percorridos pelo tempo que durou a viagem, para saberem quantos quilômetros foram percorridos em uma hora. Após encontrarem esse valor, multiplicam a quilometragem percorrida em uma hora pela quantidade de horas de duração da nova viagem.

5. Fator de proporcionalidade – é quando os alunos estabelecem um fator de proporcionalidade dentro da mesma grandeza, para, em seguida, aplicá-lo na outra grandeza.

Essa estratégia é colocada por Vergnaud como sendo a utilização de uma Lei Unária, onde os alunos estabelecem uma relação dentro da mesma grandeza, para poder encontrarem o fator que vai determinar a relação proporcional.

Exemplo: **Problema 3 (direto)-** Três retroescavadeiras multiuso transportam 200m^3 de areia. Para transportar 1600m^3 de areia, quantas escavadeiras iguais a essa seriam necessárias?

1600 : 200 = 8
8 x 3 = 24

Nesse problema, os alunos dividem o total de areia a ser carregada pela quantidade de areia transportada em três viagens, para encontrarem a relação estabelecida entre elas. Após determinarem esse valor, multiplicam o fator de proporcionalidade estabelecido na grandeza "areia" pelas três viagens iniciais, para saberem quantas viagens serão necessárias.

6. Regra de três – é uma estratégia que envolve o algoritmo: dados a/b = c/x, a, b e c, encontrar x. Os alunos multiplicam em cruz e encontram x. Isto: é ax = cb, ou x = cb/a. Em geral, esse tipo de estratégia vem acompanhada pela construção de uma tabela de proporcionalidade.

Exemplo: **Problema 1 (direto)-** Mantendo uma mesma velocidade, um carro percorre 500 Km em 10 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 30 horas?

Km	**horas**	
500	10	
X	30	

$$10 . X = 500 . 30$$
$$10X = 15000$$
$$X = \frac{15000}{10} \qquad \mathbf{X} = 1500 \text{ Km}$$

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS

Aqui apresentaremos uma análise das estratégias empregadas, pelos alunos, em cada grupo de problema. Utilizaremos as categorias de estratégias descritas anteriormente.

Primeiramente, analisaremos os problemas de proporção direta e, em seguida, os de proporção inversa.

Nessas análises os resultados serão estabelecidos a partir do valor total de alunos que conseguiram se apropriar da lógica do problema e resolveram os problemas, em todas as séries e escolas observadas.

PROBLEMAS DE PROPORÇÃO DIRETA

Aqui, apresentaremos os problemas de forma agrupada, fazendo uma análise das estratégias que são encontradas nos problemas de proporção direta, sem estabelecer diferenças do percentual utilizado em cada problema, visto que as mesmas estratégias são utilizadas em todos os problemas, variando apenas o seu percentual de utilização.

Problema 1- Mantendo uma mesma velocidade, um carro percorre 500 Km em 10 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 30 horas?
Problema 2- Escrevi um livro de 400 páginas. Nos primeiros dois dias escrevi 100 páginas. Continuando nesse ritmo, quantos dias gastei para escrever todo o livro?
Problema 3- Três retroescavadeiras multiuso transportam $200m^3$ de areia. Para transportar $1600m^3$ de areia, quantas escavadeiras iguais a essa seriam necessárias?
Problema 4- Em 100 Kg de uma liga metálica, 25 Kg são de cobre. Quantos Kg de cobre têm 360 Kg dessa liga?
Problema 5- Desejo ler um livro de 400 páginas. Nas primeiras duas horas consegui ler 25 páginas. Continuando nesse ritmo, quantas horas gastarei para ler o livro inteiro?
Problema 6- Mantendo a mesma velocidade, um carro percorre 504 Km em 4 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 11 horas?
Problema 7- Com 80 reais, Lígia comprou 5m de um tecido para fazer uma cortina. Se ela precisasse comprar 9 m desse tecido para fazer outra cortina, qual quantia ela gastaria?

Problema 8- Uma rua tem 600 m de comprimento e está sendo asfaltada. Em seis dias foram asfaltados 180 m da rua. Supondo-se que o ritmo de trabalho continue o mesmo, em quantos dias o trabalho estará terminado?

Na análise desses problemas, podemos perceber que a maioria dos alunos (41,82%) privilegiou a **regra de três** como estratégia de resolução dos problemas. Acreditamos que esse fenômeno tenha ocorrido devido ao fato dessa estratégia ser utilizada oficialmente, na escola e que apresenta um algoritmo rápido e eficiente se o aluno souber manipulá-lo. Porém, se considerarmos somente a 5ª série, encontramos que nenhum dos alunos utilizou essa estratégia, se apoiando em outras estratégias, construídas a partir da apropriação de seu significado, as quais serão descritas a seguir.

Os alunos que não utilizaram a regra de três como estratégia de resolução dos problemas apoiam-se prioritariamente na estratégia **valor unitário** (23,91%), estratégia essa que estabelece uma relação entre grandezas e que é descrita por Vergnaud como sendo a utilização de uma lei binária, onde os alunos irão estabelecer uma relação entre as diferentes grandezas encontradas no problema, hora e velocidade, por exemplo.

Problema 1- Mantendo uma mesma velocidade, um carro percorre 500 Km em 10 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 30 horas?

Se tomarmos por exemplo o problema 1, perceberemos que os alunos utilizaram essa estratégia fazendo o seguinte cálculo: (500 : 10 = 50 Km em uma hora) encontrando o valor referente a unidade. Após encontrarem quanto é percorrido em uma hora, os alunos aplicaram esse valor (50) à pergunta do problema: e em 30 horas? Encontrando então, a resposta do problema (50 x 30 = 1500Km).

Vale lembrar que o percentual de utilização das estratégia apresentados faz referência ao universo dos 8 problemas de proporção direta apresentado aos alunos.

Os alunos que não resolveram os problemas por regra de três utilizaram, também, estratégias como o estabelecimento do **fator de proporcionalidade**, que é descrito por Vergnaud como sendo o estabelecimento de uma *Lei Unária*, ou seja, o estabelecimento de relações dentro do mesmo grupo de grandezas. Encontramos 15,71% dos alunos se apropriando dessa estratégia como um meio de chegar a resposta do problemas. Se tomarmos como exemplo o problema 2, esses alunos faziam o seguinte cálculo:

Problema 2- Escrevi um livro de 400 páginas. Nos primeiros dois dias escrevi 100 páginas. Continuando nesse ritmo, quantos dias gastei para escrever todo o livro?

1) 2 dias = 100 2 x 4 = 8 dias,	ou	**2)** 400 : 100 = 4 4 x 2 = 8 dias

No primeiro exemplo a conta 400 : 100, está implícita, enquanto que no segundo exemplo, não. Esses alunos demonstraram que sabem estabelecer relações proporcionais, pois eles conseguiram aplicar a relação determinada no conjunto da grandeza páginas, no conjunto da grandeza dias, sem que a proporcionalidade seja desfeita.

Apesar do índice geral de utilização da estratégia fator de proporcionalidade não ser muito alto, percebemos que essa estratégia é bastante utilizada nas escola particular e pública federal, aparecendo em todas as séries. Acreditamos que esse resultado represente o quanto o estabelecimento do fator de proporcionalidade pode ser um caminho significativo a ser utilizado na resolução de problemas de proporção simples, desde que os alunos estejam "livres" e preparados para perceberem que essa, também, pode ser uma "boa" estratégia a ser utilizada.

Outra estratégia privilegiada pelos alunos (5,21%) na resolução dos problemas é: **adições sucessivas/replicação**.

Problema 3- Três retroescavadeiras multiuso transportam 200m^3 de areia. Para transportar 1600m^3 de areia, quantas escavadeiras iguais a essa seriam necessárias?

Se tomarmos como exemplo o problema 3, podemos perceber que os alunos resolveram esse problema replicando os fatores conhecidos, até encontrarem a quantidade de viagens que serão necessárias para carregar os 1600 m^3 de areia.

200 => 3   400 => 6   600 => 9 ...   1600 => 24 viagens

Acreditamos que isso ocorreu porque os números envolvidos no problema facilitaram a utilização dessa estratégia, onde a ordem crescente dos números pode facilmente ser percebida.

Dos alunos que conseguiram se apropriar do significado desses problemas e portanto resolvê-los, 13,07% deles registraram apenas a resposta dos problemas, o que não nos permite identificar qual foi a estratégia utilizada para que chegassem à resposta. Esses alunos foram agrupados na estratégia ***não identificada***.

Não conseguimos categorizar as estratégias utilizadas por 0,28% dos alunos.

Podemos perceber na análise dos problemas de proporção direta que os alunos escolheram qual a estratégia que iriam utilizar a partir da relação que eles estabeleceram com os números, não importando se estavam trabalhando com grandezas diferentes ou não, mas, sim, quais eram as operações que eles achavam mais convenientes/fáceis de serem efetuadas.

PROBLEMAS DE PROOPRÇÃO INVERSA

Problema 1- Quatro pedreiros constróem uma casa em 300 dias. Em quantos dias 10 pedreiros farão o serviço?

Problema 2- Para forrar as paredes de uma sala, foram usadas 21 peças de papel de parede com 80cm de largura. Se houvesse peças desse mesmo papel que tivessem 120 cm de largura, quantas dessas peças seriam usadas para forrar as mesmas paredes?
Problema 3- Um carro percorre a distância entre duas cidades em 5 horas, a uma velocidade de 90 quilômetros por hora. Em quanto tempo ele fará essa mesma viagem, se a velocidade média for de 75 quilômetros por hora?
Problema 4- Com uma velocidade de 60 Km/h um ônibus vai de uma cidade A até uma cidade B em 50 minutos. Se a sua velocidade fosse de 75 Km/h, quantos minutos duraria a viagem entre essas duas cidades?
Problema 5- Um quintal pode ser ladrilhado com 500 ladrilhos de 225 cm^2 de área cada um. Quantas lajotas de 900 cm^2, cada uma, são necessárias para recobrir o mesmo quintal?
Problema 6- Para transportar material bruto para uma construção, foram usados 20 caminhões com capacidade de $4m^3$ cada um. Se a capacidade de cada caminhão fosse de $5m^3$, quantos caminhões seriam necessários para fazer o mesmo serviço?
Problema 7- Um trabalho é feito por 21 teares em certo tempo, trabalhando 5 horas por dia. Quantas horas por dia deverão trabalhar 15 teares para realizar o mesmo trabalho no mesmo tempo?
Problema 8- Com a velocidade de 75 Km/h, um ônibus faz um percurso em 40 minutos. Devido a um pequeno congestionamento, esse ônibus fez o percurso de volta em 50 minutos. Qual a velocidade média desse ônibus no percurso de volta?

Aqui, apresentaremos os problemas de forma agrupada, fazendo uma análise das estratégias que são encontradas nos problemas de proporção inversa, sem estabelecer diferenças do percentual utilizado em cada problema, visto que as estratégias são utilizadas em todos os problemas, variando apenas o seu percentual de utilização.

De início gostaríamos de salientar que identificamos uma estratégia a qual não encontramos referência na literatura. Essa estratégia consiste na divisão do problema em dois subproblemas. Primeiro, o aluno encontra o valor referente ao todo (tarefa total), depois, aplica esse valor encontrado à segunda pergunta do problema. Essa estratégia só foi encontrada nos problemas de proporção inversa. O modo pelo qual essa estratégia é identificada nos problemas, será demonstrado posteriormente.

Da mesma forma como ocorreu com os problemas de proporção direta, aqui também a maioria dos alunos (47,38%) privilegiou a **regra de três** como estratégia de resolução dos problemas. Novamente, acreditamos que esse fenômeno tenha ocorrido devido ao fato desse algoritmo ser ensinado formalmente na escola sendo rápido e eficiente desde que se conheça como ele deve ser utilizado, mesmo que essa utilização não apresente um significado para o aluno.

Na resolução desses problemas 28,40% dos alunos privilegiou a **tarefa total** como estratégia de resolução.

Problema 2- Para forrar as paredes de uma sala, foram usadas 21 peças de papel de parede com 80cm de largura. Se houvesse peças desse mesmo papel que tivessem 120 cm de largura, quantas dessas peças seriam usadas para forrar as mesmas paredes?

Se tomarmos como exemplo o problema 2 podemos perceber que os alunos resolveram esse problema encontrando primeiro o valor equivalente ao total de centímetros utilizados (80 x 21

= 1680). Em seguida, dividiram esse total pela nova medida de cada peça de papel de parede, encontrando assim, quantas peças seriam necessárias (1680 : 120 =14 peças de papel).

Problema 3- Um carro percorre a distância entre duas cidades em 5 horas, a uma velocidade de 90 quilômetros por hora. Em quanto tempo ele fará essa mesma viagem, se a velocidade média for de 75 quilômetros por hora?

Observando a estratégia **tarefa total** em um problema que envolve velocidade, podemos observar que os alunos buscam encontrar qual o total do percurso percorrido (90 x 5 = 450Km), para em seguida encontrar descobrirem quanto tempo será gasto fazendo o percurso na nova velocidade (450 : 75 = 6h).

Nossa hipótese para a utilização da tarefa total está baseada no fato dos alunos conseguirem atribuir um sentido ao problema, tendo uma visão global do mesmo, podendo assim, construir ferramentas pertinente à resolução do mesmo.

Encontramos que 7,40% dos alunos privilegiou o estabelecimento do **fator de proporcionalidade** como estratégia de resolução dos problemas de proporção inversa.

Problema 1- Quatro pedreiros constróem uma casa em 300 dias. Em quantos dias 10 pedreiros farão o serviço?

Se tomarmos como exemplo o problema 1, parece-nos que esses alunos utilizaram o pensamento proporcional, pois, caso isso não estivesse ocorrendo, apareceriam contas onde os alunos não perceberiam que na proporção inversa enquanto um dos valores aumenta o outro diminui, chegando, assim, a respostas erradas, adivindas de contas corretas.

10 : 4 = 2,5
300 : 2,5 = 120 dias

Os alunos estabelecem qual é o valor correspondente a razão entre a grandeza pedreiros, para em seguida aplicar esse valor a grandeza dias e, assim, encontrar a resposta.

Na análise dos problemas, identificamos que 1,40% dos alunos adotaram a estratégia **adições sucessivas/replicação**, como ferramenta para chegar a solução.

Problema 4- Com uma velocidade de 60 Km/h um ônibus vai de uma cidade A até uma cidade B em 50 minutos. Se a sua velocidade fosse de 75 Km/h, quantos minutos duraria a viagem entre essas duas cidades?

Se tomarmos como exemplo o problema 4, podemos perceber que os alunos compreenderam a relação a ser estabelecida entre as grandezas do problema: enquanto ele aumenta o valor de uma das grandezas, decresce o valor da outra.

Km	**Min**	
60	50	
30	100	75 = 15 x 5
15	200	200 : 5 = 40 min

Quando é encontrado um número que é múltiplo da nova velocidade estabelecida no problema, então, decompõe-se esse número de modo a poder utilizar essa relação na replicação efetuada, encontrando, assim, a resposta.

Dos alunos que conseguiram se apropriar do significado desses problemas e portanto resolvê-los, 14,06% deles registraram apenas a resposta dos problemas, o que não nos permite identificar qual foi a estratégia utilizada para que chegassem à resposta. Esses alunos foram agrupados na estratégia ***não identificada***.

Não conseguimos categorizar as estratégias utilizadas por 1,35% dos alunos.

CONCLUSÕES

Nesse trabalho, investigamos alunos de 5ª à 8ª série, do ensino fundamental, de três escolas diferentes, com o intuito de observar quais as estratégias esses alunos usam na resolução de problemas de proporção simples. Procuramos verificar, também, se por ser a estrutura dos problemas proporção direta ou inversa, isso geraria diferenças quanto às estratégias utilizadas pelos alunos.

Quando fazemos uma análise da 5ª série, nas três escolas, podemos perceber que os alunos que não passaram, ainda, pela instrução formal da proporcionalidade e não conhecem o algoritmo da regra de três, são capazes de manipularem os seus conhecimentos anteriores, no sentido de construírem novas ferramentas que possibilitem a resolução do problema.

Esse fenômeno nos leva a crer que a maneira pela qual é vista a matemática, em sala de aula, apresenta uma forte influência no modo pelo qual os alunos resolvem os problemas e como eles lhes atribuem significado, às vezes, buscando vários caminhos para chegarem à resposta, outras vezes utilizando os números que aparecem no problema e fazendo uma conta.

Podemos verificar que, quando os alunos da 5ª série se apropriam do significado dos problemas, eles resolvem-nos através de várias estratégias, que são construídas a partir dos conhecimentos anteriores, pois esses alunos não conhecem o algoritmo da regra de três.

Dessa forma é interessante salientarmos a importância da escola considerar esse conhecimento, não se preocupando, apenas, com o ensino de algoritmos.

Quando analisamos quais foram as estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem os problemas, percebemos que a estratégia mais utilizada foi a regra de três. Acreditamos que esse fato tenha ocorrido por dois motivos. Primeiro, por esse ser um algoritmo que se o aluno sabe aplicar à sua estrutura, ele é eficiente e rápido; segundo, porque a maioria dos alunos, que resolveram os problemas, já tinham passado pelo ensino formal da proporcionalidade e, consequentemente, aprendido a regra de três.

Pudemos perceber que, para a resolução dos problemas de proporção direta, quando os alunos não utilizaram a regra de três, como estratégia de resolução, eles alternavam entra a busca do **valor unitário** e o estabelecimento do **fator de proporcionalidade**. Acreditamos que o fato que levava os alunos a optarem por uma ou outra estratégia eram as contas que deveriam ser feitas em cada uma delas. Pois tendo esses alunos se apropriado do significado do problema, eles tinham condições de optarem pela conta mais fácil a ser feita, visto que o seu raciocínio não estava atrelado a utilização de um algoritmo.

Nos problemas de proporção inversa, surge uma estratégia que não encontramos citada na literatura e a qual chamamos de **tarefa total**. Sob o nosso ponto de vista essa é uma estratégia bastante significativa para os alunos, pois ela foi bastante utilizada, mesmo pelos alunos que já haviam aprendido a regra de três.

Ao nosso ver, essa estratégia pode ser percebida de duas maneiras:

A primeira representa a divisão de um problema em dois subproblemas contratuais, onde os alunos resolvem a primeira pergunta do problema (tarefa total) e, depois, aplicam esse valor encontrado à segunda pergunta, chegando, assim, à resposta, como aconteceu no **Problema 1**, do grupo dos inversos, por exemplo. Nesse caso, para o número gerado, os alunos não conseguem atribuir um sentido que tenha uma representação social.

4 x 300 = 1200 pedreiros X dias

Essa grandeza nem representa a quantidade de pedreiros que irão trabalhar, nem representa a quantidade de dias necessários para a execução do trabalho.

O fato da relação estabelecida não apresentar um “nome” já conhecido e trabalhado socialmente, nos parece funcionar como um obstáculo para os alunos, pois eles sabem que será gerada uma nova quantidade, mas, por não conseguirem nomeá-la, acabam por entrar em uma situação de conflito sobre o que fazer com aqueles dados, que eles não sabem muito bem o que significam. Afinal, o que poderia representar a grandeza dias x pedreiros, por exemplo?

A segunda maneira é representando uma capacidade total (que nós chamamos de tarefa total), como, por exemplo, no **Problema 3**, do grupo dos inversos. Aqui, os alunos encontram o percurso a ser feito, onde expressariam um raciocínio proporcional.

5 x 90 = 450 Km

Não encontramos na literatura relatos da utilização dessa estratégia. Esse fato nos remete à necessidade de novas pesquisas para confirmarmos a sua utilização em situações diferentes daquelas do nosso trabalho.

O surgimento dessa estratégia parece demonstrar que os alunos estão conseguindo construir ferramentas significativas na resolução de problemas de proporção, antes mesmo da aprendizagem formal na escola, ou seja, antes de estudaram a regra de três. Estratégias essas que os levam a resolverem corretamente os problemas.

Apesar dos problemas de proporção inversa serem considerados mais difíceis, podemos observar que mesmo os alunos da 5ª série conseguem resolvê-los (aproximadamente 31% do total de alunos), fazendo isso, através da construção de ferramentas significativas, como, por exemplo, a tarefa total.

Porém, é necessário investigar, mais profundamente, quais são os esquemas utilizados pelos alunos, que não estudaram a proporcionalidade, quando utilizam, por exemplo, a estratégia tarefa total.

Achamos interessante observar qual estratégia os alunos adotarão na resolução dos problemas, quando, tanto a relação entre, como a relação intra grandezas, gerarem um número decimal, por exemplo.

Como já vem sendo colocado pela literatura, a utilização mecânica de um algoritmo leva o aluno, muitas vezes, a perder a sua capacidade de se apropriar do significado de um problema, levando-o a se preocupar, apenas, com os cálculos a serem feitos, sem uma análise das respostas advindas desses cálculos.

Um ponto que gostaríamos de salientar é a manipulação de saberes anteriores, com tanta eficácia por alunos de 5ª série. Esse fenômeno, nos faz refletir sobre as conseqüências que o ensino "escolar" acaba por causar nos alunos. Qual a importância está sendo dada aos algoritmos formais e como esses estão sendo trabalhados, em sala de aula.

A utilização de estratégias diversificadas na escola poderia dar maior oportunidade para os alunos atribuírem significado à resolução de problemas, o que os levaria a ver a proporcionalidade desvinculada da utilização da regra de três.

Referências bibliográficas

BROUSSEAU, G., Representations et didactique du sens de la division, In : Didactique et aquisitions des connaissances scientifiques. Paris, Actes du Colloque de Sévres, 1987.

DOUADY, R. De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle. In : Cahier de Didactique des Mathématiques, nº 6 ; IREM de Paris VII, 1991.

DUPUIS, C. & PLUVINAGE, F. La proporctionnalité et son utilisation. In : Recherches em Didatique des Mathématiques, vol 2, nº 2, La Pensée Sauvage, éditions, 1981, pp 165-212.

KAMII, C & LIVINGSTON, S.J. Desvendando a aritmética. Implicações na teoria de Piaget. São Paulo : Papirus, 1995.

NUNES, T. & BYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre : Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, GUIMARÃES & LUZ. As estratégias de resolução de problemas de proporção simples em três momentos. Anais do VI ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática – São Leopoldo – RS. Pág. 452 – 454, 1998.

OLIVEIRA, I. A. F. G. & SANTOS, M. C. Era uma vez... a regra de três. Anais do XIV EPEN – Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste. Salvador, 1999.

OLIVEIRA, I. A. F. G. & SANTOS, M. C. Problemas de proporção: uma análise da apropriação de seu significado. Anais do IV EPEM – Encontro Pernambucano de Educação Matemática. Recife : Universidade Federal de Pernambuco, 1999.

PIAGET, J. O nascimento da inteligência na criança. Rio de Janeiro : Zazar, 1975.

VERGNAUD, G. El niño, las matemáticas y la realidad : problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primaria. México – Trillas, 1991.