GEOMETRIA E CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS ARITMÉTICOS: INVESTIGANDO ALGUMAS INTER-RELAÇÕES

Regina Maria Pavanello- UEM

A maioria das Propostas Curriculares de Matemática elaboradas na década de 80 ressaltam a importância da aprendizagem dos conceitos geométricos nas séries iniciais do ensino fundamental, o mesmo acontecendo nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, editados no final dos anos 90. No entanto, em visitas às escolas, acompanhando os estágios de acadêmicos de Pedagogia da UEM ou realizando pesquisas, constatamos ser prática comum entre os professores desse nível do ensino preocuparem-se somente com o estudo dos números e das operações e deixarem de lado o trabalho com a geometria..

Uma prática pedagógica que privilegia apenas alguns temas matemáticos em detrimento de outros certamente trará graves conseqüências para a construção dos saberes matemáticos pelos alunos. A aprendizagem acaba empobrecida e desprovida de significado quando não se considera que os diferentes ramos da matemática são construídos por interação (Danyluk, 1994) e que, por exemplo, muitos conceitos, propriedades e questões aritméticas podem ser clarificadas pela geometria (Lorenzato, 1995).

Tais considerações nos levaram a investigar como (e se) alunos e professores percebem as relações entre a geometria e outros temas matemáticos, especificamente a relação entre os conceitos de área e de fração, uma vez que as partições de grandezas contínuas são representadas em geral por figuras geométricas (retângulo, círculo, etc.).

Revendo a bibliografia referente ao assunto, encontramos trabalhos sobre o desenvolvimento cognitivo do conceito de área (Piaget et al. 1960, Piaget, 1985, Francchi, Moura et al., 1992, entre outros) ou sobre a aprendizagem do mesmo (como os de Perrin-Glorian,1992, Pavanello, 1995, Figueiredo, 1995).

As relações entre frações e partições de superfícies já foram enfatizadas no trabalho pioneiro de Piaget (Piaget et al., 1960) sobre o desenvolvimento cognitivo do conceito de fração. Contudo, Streefland e Kieren (citados por Martinez, 1992) apontam que, até o final dos anos 70, textos didáticos e artigos sobre o ensino de frações davam pouca atenção às relações entre as frações e conhecimentos afins. A partir de então vários pesquisadores (Kieren, 1980; Behr, Lesh et al., 1983; Post, Behr e Lesh, 1986, Vergnaud, 1983, entre outros) vêm procurando estudar os diversos significados, idéias básicas, conceitos relativos à aprendizagem de fração/número racional e mostrando a complexidade envolvida em sua compreensão.

Estudos recentes (Lima, 1982; Spinillo e Bryant, 1991; Campos et al., 1995)[1] procuram investigar a compreensão de crianças sobre - e as dificuldades relacionadas a - representações geométricas utilizadas no trabalho com partições de grandezas contínuas.

Nossa investigação insere-se neste quadro, com a diferença que engloba também, como sujeitos do estudo, professores das séries iniciais do ensino fundamental.

A pesquisa e seus instrumentos

Nossa hipótese de estudo foi que as relações entre áreas e frações de grandezas contínuas nem sempre são percebidas pelos professores, mesmo quando as utilizam em seu trabalho pedagógico. A falta de consciência dessas relações pode explicar alguns dos obstáculos encontrados pelos alunos para a compreensão do conceito de fração.

A pesquisa foi realizada em duas fases, a primeira das quais destinada à coleta dos dados relativos às crianças e, a segunda, aos relativos aos professores.

Fase 1: Participaram desta fase alunos de 2ª , 3ª e 4ª séries do ensino fundamental, 15 de cada série, de três escolas públicas de Maringá – PR. Cada criança foi entrevistada individualmente, em uma única sessão de 45 minutos aproximadamente, utilizando-se o método clínico. Durante a sessão, a criança era solicitada a examinar as seguintes figuras e concluir se a(s) parte(s) colorida(s) de cada uma das figuras 2 era do mesmo tamanho (ocupava o mesmo espaço), era maior ou menor do que a parte colorida da fig. 1.

(figura1 e figuras 2)

O objetivo era investigar a compreensão dos alunos sobre área, identificar os procedimentos que poderia utilizar para comparar superfícies e observar se seus conhecimentos sobre frações influiriam em suas respostas.

Fase 2: Os dados referentes aos professores[2] foram coletados durante três oficinas pedagógicas realizadas durante o ano de 1999 com os professores (40 ao todo) das séries

[1] Citados em Nunes e Bryant, 1997.

[2] Por professores, referimo-nos também a alguns acadêmicos de Pedagogia e alunos da Habilitação para o Magistério no Ensino Médio que participaram das oficinas.

iniciais das escolas. Optou-se por este procedimento por dois motivos, o primeiro deles tendo sido a constatação, em estudo piloto, de terem os professores respondido de modo idêntico às questões de um instrumento escrito e, o segundo, a resistência dos professores em relação a propostas de entrevistas individuais.

Nas oficinas, cuja duração média era de 4 horas/aula, o procedimento adotado era propor se ao grupo situações que implicavam em construções a serem se realizadas naquele momento e, portanto, objetos de ação e reflexão. A partir das notas de campo colhidas em cada oficina, a pesquisadora elaborou, num período de até 24 horas da realização da mesma, um relatório ampliado e, posteriormente, a partir deste, um relatório analítico.

Analisando os dados

Os alunos: Em geral as crianças não tiveram problema em comparar o "tamanho" das partes coloridas das fig. 2*e* e 2*f* com a da fig. 1. Nos demais casos, a maioria das crianças, qualquer que fosse a série em que se encontravam, apresentou bastante dificuldade com essa comparação principalmente porque elas se baseavam unicamente na análise visual das figuras.

Poucas crianças utilizaram o material que a pesquisadora colocara à sua disposição sobre a mesa utilizada nas entrevistas (régua, tesoura, folhas sobressalentes com as figura). Quando o fizeram, a escolha recaiu sempre sobre a régua: para comparar as partes coloridas das figuras 1 e 2*c*: colocavam-na em diagonal nesta última (replicando o traçado da fig.1) e mostravam que "*o que falta aqui debaixo é o que tá sobrando aqui em cima.*" Mas a possibilidade de compensar a falta com a sobra não as levava a decidir-se pela igualdade entre as partes indicadas: - "Elas são do mesmo tamanho?" – "*Se aumentar aqui, elas fica.*" – "E se elas ficarem do jeito que estão?" – "*Então elas fica de tamanho diferente*". Assim, para a maioria das crianças as partes só ficariam do mesmo "tamanho" se a compensação fosse realmente feita, se as duas figuras ficassem exatamente iguais.

Os conhecimento que mostravam sobre frações não auxiliava as crianças a pensarem sobre a questão. Quando se perguntava a elas se as "metades" (as partes coloridas) eram do mesmo tamanho, elas negavam mesmo quando haviam explicitado que a figuras 1 e 2*b* (os retângulos) eram do mesmo tamanho: - " Quanto dessa figura (1) está pintada?" – "*A* *metade.*" – "E aqui (2*b*)?" – "*A metade também*." – "Essa parte é do mesmo tamanho que esta (as colorida em 1 e 2*b*) ou não?" – "*Não*." – "Mas cada uma delas não é metade do retângulo?" – "*É*." - "E as metades têm o mesmo tamanho ou não?" – "*Não*."

As figuras 2*a* e 2*d* apresentavam um maior grau de dificuldade pelo fato de a parte pintada não ser contínua. Por isso, ao comparar as partes pintadas das figuras 1 e 2*a*, a maioria das crianças ora afirmava que a parte pintada da fig.1 era maior que as duas de 2*a* juntas, ora afirmava o inverso. Só algumas crianças aventaram a possibilidade de, juntando as partes coloridas de 2*a*, poderem obter a parte pintada da fig.1, mas tiveram dificuldade em mostrar como - a possibilidade de usar a tesoura para recortar as figuras, decompô-las e recompô-las de outra forma, foi consistentemente ignorada, do que se depreende terem as crianças sua pouca familiaridade com esses procedimentos.

Os professores: Nas oficinas, a questão inicial era "dividir uma folha de papel sulfite em 2 partes". Não se indicava como a divisão deveria ser feita dado que a intenção era averiguar o significado dado pelos professores ao termo "dividir". A maioria mostrou um conhecimento muito restrito do conceito de divisão, pois traduziram o termo "dividir" por "divisão em partes iguais", somente alguns dos professores hesitando e acabando por perguntar como deveriam ser as partes.

A questão seguinte era dividir, de todos os modos possíveis, outra(s) folha(s) em "2 partes iguais". De início, os cortes limitavam-se em geral aos representados por 3*a* e ao 3*b*, mas, logo em seguida, um professor sugeria o indicado na fig. 3*c*, chegando-se, depois, ao representado por 3*d*. Outros tipos de corte não surgiam espontaneamente, mas eram concebidos somente quando o corte 3*e* era sugerido.

(figuras 3)

A discussão seguinte era se as "metades" resultantes de duas partições diferentes da folha teriam ou não a mesma área e porquê (como provar a veracidade da afirmação). Mesmo atribuindo o valor ½ às "metades" resultantes de cortes como o das figuras 3, os professores hesitavam em aceitar que figuras de formas tão diferentes pudessem ter a mesma área. Do mesmo modo que as crianças, os mestres não mostraram familiaridade com procedimentos de composição/decomposição que poderiam utilizar para verificar empiricamente se as áreas das figuras eram ou não equivalentes.

A divisão da(s) folha(s) em 3, 4, 5, 6 ... “partes iguais” possibilitava comparar áreas de partes resultantes de *n* cortes do inteiro. Inicialmente, os professores mostravam dificuldade em realizar as comparações, mas, aos poucos, iam percebendo as equivalências entre as áreas e, consequentemente, estabelecendo as relações com a equivalência de frações. No caso das figuras 2*a* e 2*d*, a comparação entre1 e 2*a* era mais difícil do que a de 1 com 2*d* porque, em 2*c*, como o triângulo “branco” e o colorido têm formas diferentes, não é evidente que eles tenham a mesma área.

Conclusões preliminares

Neste momento estamos ainda ocupados ainda em descrever o comportamento de alunos e professores frente às questões a eles colocadas no âmbito da pesquisa

Embora estejamos somente no início de nossa análise, é possível perceber que o trabalho realizado em sala de aula não leva(ou) aprendizes e ensinantes a estabelecerem relações entre os conceitos de área e fração. Nota-se também um certo paralelismo entre as dificuldades apresentadas por uns e outros, o que parece reforçar nossa hipótese inicial. Salienta-se, então, a necessidade de se proporcionar aos mestres, em seus cursos de formação, um trabalho pedagógico que lhes possibilite a integração dos diferentes temas da matemática, de modo a tornar mais significativa sua própria aprendizagem e a de seus discípulos.

Referências bibliográficas

BEHR, M. J. LESH, R. et al. Rational-number concepts. In LESH, R.; LANDAU, M. (ed.) **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press, 1983.

DANYLUK, O. As relações da criança com a alfabetização matemática. **A Educação Matemática em Revista**, n. 2, 1994.

FRANCCHI, A.; MOURA, A. R. L. ET AL. **Geometria no 1º grau**: da composição e decomposição de figuras às fórmulas de área. São Paulo: Balieiro, 1992.

FIGUEIREDO, P. Considerações sobre o ensino do conceito de área. In Semana De Estudos Em Psicologia Da Educação Matemática. **Livro de Resumos**. Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 1995.

KIEREN, T. E. Knowing rational numbers: ideas and aymbols. In LINDQUIST, M. M. (Ed.) **Selected issues in mathematics education**. Berkeley, McCutchan, 1980.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A Educação Matemática em Revista**, n. 4, 1995

MARTINEZ, E. M. Significados y significantes relativos a las fracciones. **Educacion Matemática**, v. 4, n. 2, 1992.

NUNES, T.; BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre. Artes Médicas, 1997

PAVANELLO, R. M. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. Campinas, 1995. Tese (Doutorado em Metodologia do Ensino) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

PERRIN-GLORIAN, M. J. **Aires de surfaces planes et nombres decimaux**: questions didactiques liees aux eleves en difficulte aux niveaux CM-6ème.Paris, 1992. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Universidade de Paris 7.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. The Child´s conception of geometry. London::Routledge and Kegan Paul, 1960.

PIAGET, J. O possível e o necessário: evolução dos possíveis na criança.. Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. Research based-observations about children´s learning of rational number concepts. **Focus on learning problems in mathematics**., v.18, n.1, 1986.

VERGNAUD, G. Multiplicative strucures. In LESH, R.; LANDAU, M. (ed.) **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press, 1983.