# MATEMÁTICA CONCRETA X MATEMÁTICA ABSTRATA: MITO OU REALIDADE?

**Lícia de Souza Leão Maia**

**Mestrado em Educação - UFPE**

## Introdução

A questão que propomos discutir neste trabalho é a relação entre duas dimensões da matemática: a abstrata e a concreta. Na realidade, gostaríamos de partir do próprio questionamento sobre a existência de dois tipos de matemática. Será que há sentido em falar em uma matemática concreta quando, na sua essência, a ciência matemática é um construto mental, no sentido dado por Piaget à Ação do Homem sobre o mundo? Sabemos que para este autor o conhecimento tem sua origem na atividade do sujeito sobre o meio e, não apenas, nas propriedades objetivas da realidade. Nesse sentido, para ele a origem do conhecimento humano pode ser explicada a partir da interação entre o indivíduo e a realidade através da atividade humana. Em sua origem, a ação do sujeito sobre as pessoas e os objetos é de ordem apenas perceptivo-gestual, tal atividade evolui para operações mentais, cada vez mais complexas, que culminam com a possibilidade do indivíduo agir sobre uma situação puramente imaginária, inteiramente independente de um suporte real. No que diz respeito ao conhecimento matemático, Piaget acredita que o mesmo não procede da abstração das propriedades do objeto, mas sim, das propriedades que a ação do sujeito introduz aos objetos (Ferreiro, 1999).

A necessidade de se formar um homem conhecedor e ator de sua realidade, fundamento básico do processo de redemocratização do país, levou os educadores à astiaram a bandeira da contextualização do conhecimento escolar. Não há dúvida, que este foi um passo fundamental para um processo de transformação da escola que ainda não terminou seu percurso. Esse projeto foi amplamente discutido no ensino da matemática. Propostas inovadoras, muitas vezes emergentes de um novo ramo de pesquisa, a educação matemática, que se por um lado fortaleceu o movimento dos educadores preocupados em dar um sentido ao saber escolar, se viu reconhecida pela possibilidade de ter seus resultados comprovados ou questionados pela realidade da sala de aula.

Dessa forma, a dimensão concreta da matemática passou a ocupar um lugar de destaque no discurso daqueles que se preocupam com o tema. Embora essa preocupação esteja presente na maioria dos espaços educativos referentes a esta disciplina, tem se constatado que, na aula de matemática, o que ainda predomina é uma matemática sem relação com a vida cotidiana.

Propomos então, a partir dos dados de uma pesquisa sobre as representações dos professores sobre o ensino da matemática, discutir que elementos do conhecimento de senso comum da matemática justificam a diferenciação entre dois tipos de matemática, uma concreta outra abstrata. Pretendemos, a partir dessa análise, refletir em que medida essa diferenciação e, em particular, a ênfase dada à dimensão concreta, tem se revelado promissora ou limitadora de um ensino de matemática de qualidade. Para esta análise, além da perspectiva piagetiana, utilizaremos o referencial da teoria da representação social.

Começaremos nossa exposição discutindo algumas representações difundidas na sociedade sobre a matemática, em particular, sobre a natureza concreta e abstrata desta disciplina. A seguir, analisaremos em que medida a teoria das representações sociais nos parece uma ferramenta eficaz para por em evidência como um conhecimento é propagado numa sociedade, a partir de uma dinâmica entre suas dimensões científica e social, e, de que maneira, ela pode ajudar a compreender o que se passa na sala de aula. Trataremos então da pesquisa realizada através da descrição da metodologia adotada, da apresentação e da discussão dos resultados obtidos. Discutiremos, finalmente, os limites e as possíveis contribuições da importância da delimitação de campos distintos para o ensino da matemática, um concreto e outro abstrato.

## Algumas representações da matemática

Apresentaremos, nesse parágrafo, algumas representações da matemática que circulam na sociedade e que acreditamos ser fonte de difusão e justificação de certos aspectos do conhecimento de senso comum sobre as relações entre as dimensões abstrata e concreta desta disciplina.

Para tal, vamos recorrer a dois trabalhos realizados por Nimier (1976, 1989) e ao relato de uma importante mesa redonda realizada durante o colóquio internacional sobre a história da matemática, organizado pela UNESCO em Paris no ano de 1992, com o sugestivo título, “Mitos e Realidades da Matemática Européia”. Pode parecer estranho talvez, o fato de recorremos a uma realidade, culturalmente distinta da nossa, para fundamentar um trabalho sobre as representações de professores brasileiros. Justificamos tal procedimento por acreditarmos, por um lado, na grande influência da cultura francesa sobre a cultura brasileira , em particular, no campo da educação matemática e, por outro, na consideração de um importante aspecto dessas representações que corresponde à universalidade desse campo de conhecimento.

Nimier (1989) vai realizar entrevistas com alguns iminentes matemáticos: André Lichnerowicz, um dos principais atores da reforma da matemática moderna, André Joyal, Charles Pisot, Bernard Malgrange, Jacques Rignet e René Thom. Em pesquisa anterior ele entrevista estudantes do ensino médio sobre o que eles pensam sobre a matemática (Nimier 1976). Além das razões acima citadas, buscamos elementos do discurso do saber científico na fala de renomados matemáticos por acreditar que tais elementos se encontram na origem das representações sociais da matemática que circulam na realidade atual.

A mesa redonda, acima mencionada, coordenada por Evelyn Barbin, professora do Instituto de Formação de Professores de Créteil, contou com a participação de especialistas em história da matemática: André Revuz, professor emérito na universidade de Paris 7, Jean Pierre Kahane, Universidade de Paris- Sud Orsay e Gert Schubringm Universidade de Bielefeld, Alemanha. Se através da fala dos matemáticos pensávamos apreender elementos do conhecimento científico, os mitos nos parecem falar mais do social e, desta forma, nós poderemos identificar a dinâmica entre conhecimento científico e conhecimento de senso comum.

O conteúdo, apresentado e discutido nas citadas situações, se refere a várias dimensões da matemática que são consideradas por esses matemáticos na definição do objeto e método de estudo dessa ciência. Discutiremos apenas os aspectos que se referem, mais especificamente, às duas dimensões da matemática que propomos discutir neste trabalho.

A questão da possibilidade de ser a matemática uma das poucas, ou talvez a única ciência que possa garantir a veracidade ou falsidade de um conhecimento, nos parece um elemento importante à nossa reflexão. Tal posição é defendida veementement por Lichnerowicz quando afirma que o próprio da atividade matemática é poder discernir entre o falso e verdadeiro. Entretanto, ele relativiza a natureza desta verdade afirmando que ela não pode ser considerada em absoluto, mas sim em relação a um discurso onde o que é essencial é a coerência interna, a partir do momento onde houve uma aceitação, um acordo das premissas fundamentais. Vemos assim emergir a idéia da matemática como uma ciência da verdade, de uma verdade dos homens e não da realidade sensível, determinada pela coerência das proposições em um campo limitado e preestabelecido do saber. Tal perspectiva vai ser amplamente defendida no movimento bourbakista que subsidiou, de certa maneira, a reforma da matemática moderna e sua introdução no ensino desta disciplina. Para os bourbakistas o rigor é o critério de verdade. A citação de Dieudonné, um dos importantes representantes desse movimento, nos parece ilustrar essa tendência.

*"Parece impossível se fazer alusão à noção de infinito enquanto se considerar que o essencial de uma proposição é o seu conteúdo, isto é, a representação mental da qual é símbolo; mas esta dificuldade desaparece se se admite exatamente o contrário, ou seja, que o essencial de uma proposição é sua forma, dito de outra maneira, é inútil uma proposição evocar uma representação que não seja a percepção dos sinais [símbolos] com os quais é escrita".* (Dieudonné, 1962, citado por Rouche et al., 1991.)

André Joyal vai se contrapor a esta posição alertando para o risco de que a exigência absoluta de rigor leve ao desenvolvimento de uma metamatemática onde a verdade é definida apenas por convenção. Dessa forma, a questão da realidade da matemática não é consenso entre os matemáticos. Se para Lichnerowicz a verdade é determinada por um consenso pré-definido, Joyal defende à busca da compreensão a partir do sentido desta ciência.

Charles Pisot vai distinguir o aspecto matemático do aspecto físico. Para ele, a matemática é independente da realidade e o que é fundamental na atividade matemática é o raciocínio, no sentido piagetiano da abstração reflexiva. É a prática do rigor do raciocínio que dá a matemática o status de ciência da verdade absoluta que, por sua vez, vai garantir sua universalidade. Como Pisot, Bernard Malgrange aponta o distanciamento entre a matemática e a realidade que, diferentemente da Física, não pode fazer apelo ao controle experimental.

Nicolas Kuiper traz um novo elemento para o debate tratando da eficiência da atividade matemática. Mas esta eficácia não está ligada à resolução de problemas da vida real e sim na eficiência na resolução de problemas internos à matemática através do raciocínio lógico, essencialmente matemático.

Réné Thom, embora admita a importância do rigor como garantia à universalidade da matemática, considera a importância da intuição como elemento fundamental à sua compreensão. Para ele, a realidade, ela mesma, é matemática. Dessa forma, tal ciência ocupa um lugar extremamente importante para esse autor no descobrimento do Real. Conne (1993) retoma esta idéia enquanto um dos mitos que circulam na sociedade: a eficácia da matemática para compreensão dos outros domínios de conhecimento. Este é um outro aspecto da eficiência e da utilidade da matemática.

Na mesa redonda, acima citada, uma diferenciação feita por Schubring nos parece interessante ao objetivo de nosso trabalho. Este historiador vai distinguir dois campos da matemática: a matemática profissional e a matemática formadora do pensamento. Desde as grandes civilizações da antigüidade, na Mesopotâmia, no Egito já havia ensino da matemática, de uma matemática voltada para o comércio, para a resolução de problemas. No século XVI esse interesse se diversifica e a matemática vai se estender a outros domínios que o comércio, através dos tratados de álgebra (Schubring, 1993).

*"É na Europa do leste que a ordem entre o saber prático com finalidade profissional e o saber teórico se inverte: o ensino começa então com os elementos teóricos comuns para todos e progride para as partes práticas em função das divisões e especializações profissionais".* (Schubring, op. cit.)

Acredita o autor que a manutenção de um ensino de ordem geral e teórica se manteve e se mantém por um mito da potencialidade da matemática na formação do pensamento. Ele vai defender a posição de que, de maneira alguma, a matemática pode, nem deve, abandonar a sua função social e profissional de origem: contar, calcular, resolver problemas. Interessante essa dimensão utilitária da matemática trazida por Schubring. A relação entre matemática e realidade, é admitida, diferentemente que para outros matemáticos, mas num sentido que a distancia de uma leitura, uma modelização imediata da mesma. Como veremos mais adiante esta leitura poderá nos ajudar a compreender o sentido a ser dado à dimensão concreta da matemática.

Terminaremos esse parágrafo com a fala de um aluno que ilustra tanto o ensino na época quanto a dicotomia entre as dimensão funcional e teórica da matemática.

*"Eu não me sinto de forma alguma obrigado a aprender matemática para me virar na vida. Eu não vou dizer que não é preciso saber contar, isso não é matemática, é cálculo. Quando a gente está numa loja, não tem necessidade de dizer ao vendedor: eu queria 2 metros e raiz quadrada de 5 de um tecido, por exemplo!"* (aluno do 1º ano do ensino médio formação literária, citado por Nimier, op. cit.)

Vemos assim emergir do discurso científico da matemática, da conotação social difundida através de mitos e da conotação escolar desta disciplina, elementos que, certamente, estão na base das representações que circulam na nossa sociedade sobre esse domínio do conhecimento: ciência universal, critério de verdade absoluta, ferramenta para o desenvolvimento do pensamento, instrumento de resolução de problemas da vida, distanciamento da realidade. O que há de concreto nos diversos elementos então presentes?

Tentaremos responder a esta questão juntamente com a apresentação e discussão dos resultados de nossa pesquisa.

**A contribuição da teoria das representações sociais à educação**

Reconhecendo o homem como agente do seu próprio conhecimento do mundo, diversos modelos psicológicos têm levado em consideração a importância da imagem que o homem se faz de si mesmo e de seu meio na determinação da maneira de se conduzir ou de explicar as experiências vividas ou pensadas. O ato, propriamente humano, de se representar um objeto, um semelhante, uma ou várias situações, de aceder aquilo que está ausente e de compartilhar com o seu semelhante, pelas palavras ou expressão artística, por exemplo, assume importância na psicologia como elemento a ser considerado para a explicação do comportamento humano.

Moscovici (1961) revivificando a noção de representação coletiva de Durkheim, pela noção de representação social, contribui de maneira fundamental à compreensão do processo de conhecimento.

Ao estabelecer uma teoria do senso comum ele aponta à interdependência entre conhecimento científico e conhecimento popular e rompe com a dicotomia entre esses dois tipos de conhecimento. Desta forma, o conhecimento popular é considerado como um verdadeiro conhecimento.

Considerando assim que o conhecimento popular é um conhecimento verdadeiro e uma forma de evolução do conhecimento científico, a teoria das representações sociais abre uma perspectiva para que este conhecimento tenha lugar no seio das instituições formais produtoras e reprodutoras de conhecimento, como é o caso do sistema educativo.

A noção de representação social vai levar em consideração, ao mesmo tempo, a atividade do sujeito sobre o mundo e, reciprocamente, da ação do meio, empírico e social, sobre o indivíduo. O produto dessa interação é um conhecimento particular que corresponde ao que Moscovici chamou de *representação social.*

A identificação dessas representações, tanto a nível dos professores quanto dos alunos, pode nos ajudar a compreender alguns aspectos da sala de aula que venham contribuir com o movimento de melhoria da qualidade do ensino. Durante um certo tempo, o conhecimento popular foi silenciado na escola. Ora, toda sociedade, segundo Moscovici está permeada por esse conhecimento que ele denominou de representação social. Será que a escola é um espaço de puro saber científico? Estamos certos que não. O professor, o aluno, como atores de uma sociedade em movimento, carregam consigo um saber que se constrói no dia a dia, tanto social, familiar quanto profissional. E este conhecimento eles trazem para a escola. Identificar elementos desse conhecimento e estabelecer relações com o conhecimento científico, objeto específico de “transmissão” escolar, nos parecer ser um importante passo para a compreensão de entraves e desvios que observamos no dia a dia escolar.

È neste sentido, que concebemos que a identificação das representações dos professores sobre as dimensões abstrata e concreta da matemática, venha contribuir com a análise da realidade educacional em relação a esta disciplina. Se por um lado, a concretização da matemática como critério a ser adotado para melhoria da qualidade do ensino da matemática, foi amplamente discutida e propagada[1], os índices de aprendizagem nesta disciplina ainda correspondem a um dos maiores marcos do fracasso da escola[2].

Acreditamos que um estudo sobre as representações dos professores sobre a questão permita identificar alguns aspectos que estão impedindo o sucesso da escola.

**Objetivos**

Este trabalho é o prolongamento de uma pesquisa cujo objetivo geral foi estudar as representações do professor sobre o ensino da matemática e o impacto de formações continuadas realizadas. Durante à sua realização identificamos dois aspectos dessas representações que nos pareceram importantes que precisam ser elucidados: a dicotomia existente entre dois tipos de matemática, uma concreta e outra abstrata. Por outro lado, encontramos uma forte tendência do professor a atribuir à dita matemática concreta um lugar importante no ensino da matemática.

Temos assim por objetivo analisar as representações dos professores sobre cada um desses domínios da matemática, visando compreender a dinâmica que pode se estabelecer entre eles.

**Método**

O estudo das representações sociais necessita de estratégias que permitam além de identificar seus elementos constitutivos, determinar a organização desses elementos em termos de hierarquia e, finalmente, descrever o núcleo central da representação. Esse "triplo" objetivo implica a adoção de uma abordagem multi-metodológica das representações. (Abric, 1994).

---

[1] Ver, em particular, Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática – 5ª a 8ª séries, 1998.

[2] Consultar as últimas avaliações realizadas e publicadas pela SAEB.

Para a coleta dos dados utilizamos os seguintes instrumentos: entrevista semi-estruturada, um questionário de associação livre e um questionário múltipla escolha.

127 professores foram interrogados, em sua maioria, professores de matemática. O tempo de participação do professor nas formações continuadas foi o critério utilizado para classificá-los em seis grupos distintos:

TLE6: grupo de professores que nunca participaram das formações oferecidas;

TLE5: grupo dos formadores;

TLE4: grupo de professores que há mais tempo participam das formações, mais de três anos de formação;

TLE3: grupo cujo o tempo de participação de formação varia de dois a três anos;

TLE2: grupo de professores cujo tempo de formação varia entre um e dois anos;

TLE1: grupo standard, professores com menos de um ano de formação.

Em um primeiro momento da pesquisa, foram realizadas entrevistas semi-estruturadas para definição dos instrumentos de coleta de dados a serem usados. Elaborados os instrumentos estes foram apresentados aos professores na seguinte ordem: questionário de associação livre[3] e questionário múltipla escolha.

**Resultados**

Apresentaremos inicialmente as palavras associadas à matemática abstrata e à matemática concreta. A seguir, indicaremos as palavras consideradas mais importantes com suas respectivas freqüências. A análise destas listas de palavras nos permitirá, por um lado, a aproximação do campo semântico das representações dos professores sobre essas duas dimensões da matemática e, por outro, a identificação de seus elementos nucleares.

A organização dessas palavras em planos fatoriais nos ajudará a analisar as diferenças entre essas representações e a relação com a participação em formações continuadas.

Alguns resultados referentes ao questionário múltipla escolha nos auxiliará a precisar certos aspectos das representações identificados nas etapas anteriores.

---

[3] Neste momento, o professor era solicitado a “citar seis palavras ou expressões que o termo matemática concreta e, a seguir, matemática abstrata lhe faziam pensar.”

**LISTA DE PALAVRAS MAIS FREQÜENTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA CONCRETA**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jogos | 25 | Problema | 24 | Cotidiano | 22 | Cálculo | 20 |
| Raciocínio | 17 | Realidade | 13 | Lógica | 13 | Número | 11 |
| Material conc | 10 | Compreensão | 9 | Manipular | 9 | Prática | 9 |
| Aplicação | 8 | Quantidade | 8 | Fração | 8 | Sucata | 7 |
| Aprendizagem | 6 | Experiência | 6 | Fórmula | 6 | Operação | 6 |
| Resolver | 6 | Estudo | 5 | Exatidão | 5 | Descoberta | 5 |
| Laboratório | 5 | Construção | 5 | Operação fund | 5ª | Relação | 5 |
| Análise | 4 | Demonstrar | 4 | Dinheiro | 4 | Facilidade | 4 |
| Formas | 4 | Observar | 4 | Vida | 4 | Viver | 4 |

**LISTA DE PALAVRAS MAIS IMPORTANTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA CONCRETA**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cotidiano | 10 | Problema | 10 | Cálculo | 8 | Lógica | 8 |
| Prática | 8 | Raciocínio | 8 | Jogos | 7 | Fração | 5 |
| Material didát | 5 | Compreensão | 4 | Exatidão | 4 | Número | 4 |
| Resolver | 4 | Sucata | 4 | Material conc | 4 | | |

**LISTA DE PALAVRAS MAIS FREQÜENTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA ABSTRATA**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Raciocínio | 33 | Lógica | 20 | Dificuldade | 19 | Álgebra | 18 |
| Análise | 13 | Imaginar | 13 | Cálculo | 11 | Abstração | 10 |
| Pensar | 9 | Memorizar | 8 | Número | 8 | Problema | 8 |
| Pesquisa | 7 | Teoria | 7 | Teorema | 7 | Livro | 7 |
| Compreensão | 6 | Geometria | 6 | Demonstração | 6 | Conceito | 5 |
| Dúvida | 5 | Dedução | 5 | Equação | 5 | Estudo | 5 |
| Fórmula | 5 | Infinito | 5 | Concentração | 4 | Cálculo mental | 4 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Construção | 4 | Espaço | 4 | Idéia | 4 | Conhecimento | 4 |
| Função | 4 | No irracional | 4 | Universal | 4 | Incógnita | 4 |

**LISTA DE PALAVRAS MAIS IMPORTANTES ASSOCIADAS À MATEMÁTICA ABSTRATA**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Raciocínio | 22 | Lógica | 11 | Álgebra | 9 | Análise | 7 |
| Pesquisa | 7 | Imaginar | 6 | Abstração | 5 | Cálculo | 5 |
| Dificuldade | 5 | Número | 5 | Teorema | 5 | Teoria | 5 |
| Estudo | 4 | Complexidade | 3 | Pensar | 3 | Memorizar | 3 |

Se analisarmos as palavras tomando por critério o princípio piagetiano de que o conhecimento tem sua origem na atividade do sujeito, podemos encontrar algumas diferenças entre as atividades relativas a cada um desses domínios da matemática. Identificamos, assim, nas palavras, *manipular, prática, experiência, operação e observar* a possibilidade de, pela matemática concreta, o sujeito estabelecer uma relação com o mundo sensível. No que diz respeito à matemática abstrata, as atividades mediadas não se referem ao mundo real e sim ao mundo mental. Veja, por exemplo, as palavras *raciocínio, imaginar, pensar, memorizar, demonstração, dedução, concentração e idéia.*

Esta diferença é ratificada pela constatação, por exemplo, das palavras *cotidiano* como elemento central da representação da matemática concreta e *raciocínio* da representação da matemática abstrata. Intrigante talvez observar que a palavra *raciocínio*, embora menos freqüente, é também um elemento central da matemática concreta[4]. Entretanto, a tabela que sintetiza os elementos centrais destas duas representações da matemática, são bastante reveladoras de suas diferenças. Em termos de situações[5] a matemática concreta está associada a *cotidiano*, a *prática* enquanto que a abstrata a *pesquisa*, a *teoria.*

Tal constatação pode parecer banal, afinal, a abstração sempre esteve associada a algo que não é real. Isto não é tão simples. A diferenciação piagetiana entre dois tipos de

[4] Voltaremos a essa discussão um pouco mais adiante.
[5] A palavra situação é aqui utilizada com o significado que lhe é atribuído por Vergnaud (1990): conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

abstração nos ajuda a avançar na nossa análise. Para Piaget, a abstração empírica corresponde a atividade mental capaz de abstrair as propriedades dos objetos. Dessa forma, este tipo de abstração necessita da realidade concreta para ser desencadeada ela corresponde ao pensamento operatório concreto. A abstração reflexiva, própria ao estágio das operações formais, não tem mais como suporte o mundo das coisas e, sim, o mundo das idéias e das relações. Ora, será que a observação, a manipulação são mesmos condições necessárias à atividade matemática. Vimos o que os matemáticos pensam a este respeito. Para alguns a matemática é pura abstração, abstração reflexiva, no sentido piagetiano do termo. Esta é a posição defendida, por exemplo, por Lichnerowicz e Charles Pisot. Para outros, Joyal ou Schubring, é possível estabelecer uma relação entre a matemática e a realidade. A questão é de saber se há sentido, do ponto de vista científico e escolar, de se admitir a dimensão concreta da matemática existente a nível das representações dos professores.

Poderíamos levantar também a hipótese que a estratégia metodológica utilizada, propondo a adjetivação concreta à matemática, tenha levado os professores a darem esse tom às suas respostas. Tal hipótese pode ser descartada, em primeiro lugar, pelo fato de tal expressão ter sido identificada no vocabulário dos próprios professores em pesquisa preliminar para a elaboração dos instrumentos de coleta de dados (Maia, 1993). Em segundo lugar, a análise de algumas questões do questionário nos permite reafirmar a importância, dada pelos professores, a relação entre matemática e realidade. Vejamos então tais resultados.

**Questão 5**: *Marque a alternativa que mais lhe convém.*

*Que grau de relação a matemática estabelece com a realidade?*

FREQÜÊNCIAS DE RESPOSTAS

| Total (%) | Não resp | Nenhum | Fraco | Médio | Forte | Muito forte |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 2.4 | 0.0 | 2.4 | 10.2 | 26.0 | 59.0 |

Podemos constatar que 75% das respostas afirmam uma forte ou muito forte relação da matemática com a realidade.

Parece-nos que o que pode nos fazer ir mais adiante no nosso questionamento é buscar compreender o tipo de relação entre a matemática e a realidade. Na análise das palavras associadas à matemática concreta, essa relação seria direta cujas propriedades matemáticas seriam acessíveis através da *manipulação*, da *observação*. Acreditamos que esse é um conhecimento de senso comum que precisa ser superado para que o ensino da matemática possa avançar. Garantir a funcionalidade desse conhecimento parece-nos fundamental na formação básica do cidadão. Entretanto, é preciso se ter uma maior clareza quanto à possibilidade de tornar a matemática concreta.

Podemos talvez encontrar uma pista nas próprias respostas dos professores a uma das questões propostas.

**Questão 2:** *Para cada proposição, indicada no quadro abaixo, marque com um X a casa correspondente a alternativa que mais lhe convém.*

*O estudo da matemática ajuda a:*

FREQÜÊNCIA DAS RESPOSTAS

| **Item** | **Não resp** | **De modo algum** | **Um pouco** | **Mais ou menos** | **Muito** | **Muitíssimo** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Desenvolver a pesquisa | 0.8 | 2.4 | 7.9 | 7.9 | 35.4 | 45.7 |
| Classificar os aluno em função da inteligência | 2.4 | 33.9 | 23.6 | 26.0 | 9.4 | 4.7 |
| Evitar erros de raciocínio | 4.7 | 9.4 | 16.5 | 24.4 | 34.6 | 10.2 |
| Conhecer o meio ambiente | 4.7 | 9.4 | 30.7 | 31.5 | 18.1 | 5.5 |
| Classificar os alunos em função de aptidões | 2.4 | 19.7 | 22.8 | 30.7 | 18.9 | 5.5 |
| Orientar o futuro sócio-profissional dos alunos | 2.4 | 18.1 | 22.8 | 26.8 | 23.6 | 6.3 |
| Resolver problemas da vida | 0.0 | 4.7 | 6.3 | 12.6 | 38.6 | 37.8 |

Duas fortes tendências podem ser identificadas: o *desenvolvimento da pesquisa* e a *resolução dos problemas da vida*. Comparemos esse último item com o item *conhecer o* *meio ambiente.* Neste, a maioria das respostas se concentram numa posição mediana o que nos permite dizer que para os professores entrevistados a matemática tem pouco a contribuir para o conhecimento do meio ambiente. Entretanto, 76.4% considera que o seu estudo pode ajudar muito na resolução dos problemas da vida. Será que há uma incoerência entre esses resultados? Acreditamos que não. Identificamos aqui uma "saída" para o sentido que pode ser dado a uma dimensão concreta da matemática que possa ser útil ao ensino da mesma. A matemática não pode apreender os aspectos do meio ambiente, no sentido de uma relação direta mas ela pode resolver problemas da vida. Encontramos aqui o que dizia Schubring (op. cit.) quanto a importância de se preservar a finalidade primeira da matemática de contar, calcular, resolver problemas da vida.

O quarto item da tabela acima, nos parece esclarecer, de certo modo, a presença da palavra *raciocínio,* tanto no campo semântico da matemática concreta quanto da matemática abstrata, anteriormente identificados. Penso que essa dimensão, presente tanto no discurso da ciência quanto dos mitos, é uma dimensão central da representação da matemática enquanto ferramenta para o desenvolvimento do pensamento.

Um dado que nos parece interessante chamar atenção é a presença da palavra *exatidão*[6] como elemento do núcleo central da representação da matemática concreta. Ao mesmo tempo, podemos identificar a palavra *universal* como elemento periférico[7] da representação da matemática abstrata. Ora, se a universalidade da matemática é um dos temas de reflexão privilegiados pelos matemáticos, logo pelo discurso da ciência, os professores não estão assim tão preocupados. Talvez o que mais os preocupe e, daí a importância do concreto na matemática, seja a possibilidade de ser uma ferramenta suscetível de garantir a exatidão do conhecimento. Dessa forma, não é pelo exercício de um rigor dedutivo que o professor se aproximará da verdade desta ciência e, sim, pela possibilidade de precisão que ela pode lhes oferecer. Acreditamos termos assim um elemento precioso à compreensão da importância dada à dimensão concreta da matemática pelos professores entrevistados.

[6] Ver lista de palavras associadas à matemática concreta.
[7] Observe que o mesmo não faz parte das palavras mais importantes associadas à matemática abstrata, daí considerarmo-lo periférico.

Um outro aspecto interessante a ser considerado a partir da identificação das representações dos professores sobre estas duas dimensões da matemática é que para os professores a matemática concreta guarda uma dimensão de *facilidade*, palavra citada para definir este tipo de matemática enquanto a abstração evoca *dificuldade* e *dúvida*

Vejamos agora, através da análise dos planos fatoriais, como essas palavras se organizam entre si, e em relação à variável tempo de participação nas formações continuadas. Tal análise nos permite identificar, por um lado, as diferentes representações e suas relações com a participação nas citadas formações.

Os planos fatoriais, formados pelos eixos 1 e 2, se encontram na página seguinte[8]. O primeiro corresponde à organização fatorial das palavras associadas à matemática concreta e variável tempo de participação nas formações continuadas e o segundo ás palavras associadas à matemática abstrata. Para os dois planos todas as palavras projetadas têm contribuição superior à contribuição média.

Inércia acumulada Plano 1-2 Matemática concreta é de 77.4%.

Inércia acumulada Plano 1-2 Matemática abstrata 69.2%

Na realidade, é o plano relativo à matemática abstrata que nos traz as informações mais interessantes. Em primeiro lugar, podemos observar, na parte superior do plano, uma representação da matemática como instrumento de pensamento, as palavras *dedução*, *demonstração*, *conceito* e *lógica* se agrupam perto da palavra *infinito*, *teorema* e *cálculo mental*. Vejam que todas as palavras têm uma conotação de atividade mental no sentido a que se referia Piaget ao falar de abstração empírica. Interessante também encontrar nesse conjunto a palavra *infinito*, se pensarmos no que dizia Dieudonné a respeito da impossibilidade de se apreender o sentido desse conceito fora de uma de uma perspectiva puramente dedutiva. Analisando tal representação em função do tempo de participação nas formações, podemos constatar que ela corresponde a representação dos formadores (TLE5) e dos professores que há mais tempo vem participando das citadas formações (TLE4).

Tal representação se opõe aquela dos professores que nunca participaram das formações continuadas (TLE6) e cujos elementos constitutivos podemos dizer que se

[8] Por uma dificuldade técnica tivemos que intercalar o texto com a página correspondente.

referem a dimensões gerais da matemática que, refletem o distanciamento da realidade, entretanto, são muito amplas para serem lidas em termos de funcionalidade.

À direita, temos a representação dos professores cuja formação varia entre 6 meses e 2 anos (TLE1, TLE2 e TLE3) que vão se agrupar em torno das palavras *raciocínio*, *dúvida*, *problema*, entre outras. Vemos assim que, se anteriormente pudemos constatar a importância do raciocínio para a eficiência do pensamento, ele emerge como elemento unificador, sobretudo, da representação da dimensão abstrata da matemática.

Para finalizar vejamos três questões que trataram dos conteúdos relativos a esses campos da matemática.

**Questão 6:** *Algumas pessoas acham que existe dois tipos de matemática, uma abstrata e outra concreta. Você concorda com essa divisão?*

FREQÜÊNCIAS DE RESPOSTAS

| Total (%) | Não resp | De modo algum | Um pouco | Mais ou menos | Muito | Muitíssimo |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 100 | 2.4 | 7.1 | 20.5 | 20.5 | 18.1 | 31.5 |

**Questão 7:** *Que temas, dentre os abaixo mencionados, mais se aproximam da matemática abstrata. Enumere três deles por ordem de importância.*

FREQÜÊNCIA DAS RESPOSTAS

| **TEMA** | **1ª escolha** | **2ª escolha** |
|---|---|---|
| Aritmética | 2.7 | 4.2 |
| Álgebra | 23.3 | 22.4 |
| Proporcionalidade | 0.4 | 2.7 |
| Percentagem | 1.2 | 0.9 |
| Geometria | 5.1 | 7.9 |
| Aplicação linear | 13.1 | 19.6 |
| Número | 4.3 | 4.0 |
| Função | 5.2 | 7.3 |

| | | |
|---|---|---|
| Cálculo | 6.7 | 11.8 |
| Lógica | 30.6 | 12.5 |
| As quatro operações | 2.7 | 0.7 |

**Questõ 8:** *Idem para matemática concreta*

FREQÜÊNCIA DAS RESPOSTA

| **TEMA** | **1ª escolha** | **2ª escolha** |
|---|---|---|
| Aritmética | 12.2 | 18.0 |
| Álgebra | 2.6 | 0.9 |
| Proporcionalidade | 1.7 | 5.8 |
| Percentagem | 1.7 | 10.5 |
| Geometria | 7.7 | 9.8 |
| Aplicação linear | 0.9 | 0.0 |
| Número | 11.6 | 11.6 |
| Função | 0.0 | 1.7 |
| Cálculo | 7.7 | 10.9 |
| Lógica | 9.3 | 2.5 |
| As quatro operações | 40.5 | 24.9 |

Podemos observar que não há um consenso absoluto quanto a crença da existência de dois tipos de matemática quando a questão é formulada diretamente. Os conteúdos que refletem cada um desses campos da matemática, nos parecem bastante sugestivos do que pode levar a verdadeira diferenciação entre o concreto e o abstrato da matemática. É o que discutiremos em forma de conclusão do presente trabalho. A lógica e a álgebra como elementos privilegiados da matemática abstrata e as quatro operações e a aritmética, expressões fundamentais da matemática concreta, refletem, de certa maneira, os distanciamentos que marcam os discursos dos especialistas. Matemática, disciplina da razão, do raciocínio lógico ou da simbolização e matemática, instrumento de profissionalização, do contar, do juntar ou do separar.

**Em guisa de conclusão**

Ao iniciarmos essa apresentação questionávamos sobre o sentido e a pertinência de utilizarmos os adjetivos concreto e abstrato para classificar duas áreas da matemática. Como elucidamos, no curso do mesmo, a expressão matemática concreta foi encontrada, de maneira sistemática, no próprio discurso do professor. Isto nos levou à busca do seu sentido através da análise das representações dos professores por acreditar serem as mesmas um conhecimento de senso comum, que permeia as instituições sociais, e, em particular a escola, que, por sua vez, se originam de uma dinâmica entre o saber científico e o saber popular.

Os resultados obtidos nos parecem reveladores da pertinência desta escolha teórico-metodológica, na medida em que nos permitem identificar elementos, tanto do conhecimento científico quanto de um conhecimento difundido socialmente, elaborado em termos de conhecimento de senso comum. Ao final de nossa análise, chegamos à conclusão que a expressão **matemática concreta** é ela própria uma dimensão da representação, ou seja, um conhecimento de senso comum tal como o definiu Moscovici (op. cit.).

Na realidade, os elementos que caracterizam essa dimensão da matemática, em sua grande maioria, se referem à atividade do sujeito sobre o mundo, não no sentido de uma leitura imediata de uma realidade sensível, mas de uma elaboração do homem que o permite, por um lado melhor apreender essa realidade, com *exatidão,* ou ser uma ferramenta de ordenação dos fatos, de *operação,* de *contagem.* O que há de concreto não é a matemática, mas as situações nas quais o homem pode e deve atuar tendo por domínio este instrumento de mediação cultural que é a matemática.

Nesse sentido, acreditamos que as análises propostas, nos levam a refletir e identificar nas diversas representações, sejam elas dos cientistas, do povo, dos alunos ou dos professores, a concepção piagetiana sobre o conhecimento matemático, a saber, que o mesmo não procede da abstração das propriedades do objeto, mas sim, das propriedades que a ação do sujeito introduz aos objetos (Ferreiro, op. cit.). Elas nos permitem também vislumbrar a dimensão "concreta", ansiada por aqueles preocupados em dar um sentido ao ensino da matemática, não no sentido de uma abstração empírica mas de uma reflexão sobre fatos, coisas e idéias que tenham uma “finalidade profissional”, segundo a terminologia proposta por Schubring (op. cit.).

Nesta medida, o conhecimento de senso comum que almeja a presença na escola da dimensão concreta da matemática, precisa ser questionado, não no sentido de eliminar o sentido desta disciplina ou sua utilidade, mas de entender que a matemática é, em sua essência, uma disciplina da razão e, como tal, uma produção humana. Aprender matemática não é apenas resolver problemas da vida cotidiana, é também, mas para que a escola cumpra o seu papel social ela deve promover o pleno desenvolvimento do Homem, e uma das especificidades da espécie é a possibilidade de refletir sobre fatos nunca vividos. A matemática como ciência da razão e da abstração reflexiva pode ser um meio à concretização deste projeto.

**Referências bibliográficas**


ABRIC, J. C., (1994). *Pratiques sociales et représentations*, Paris, PUF.

FERREIRO, E. (1999). “Jean Piaget: el hombre y su obra”. In *Vigencia de Jean Piaget* . Siglo xxi editores.pp. 93-134.

JODELET, D., MOSCOVICI, S., (1990). Editorial, *Revue Internationale de Psychologie Sociale*, T.3. No 3.

MAIA, L., (1993). *Les représentations des enseignants sur les mathématiques : l'exemple des pourcentages*. Mémoire de DEA en Sciences de l'Education, Université René Descartes Paris V.

MAIA, L., (1997). *Les représentations des mathématiques et de leur enseignement : exemple des pourcentages.* Tese de doutorado. Université René Descartes - Sorbonne, Paris V.

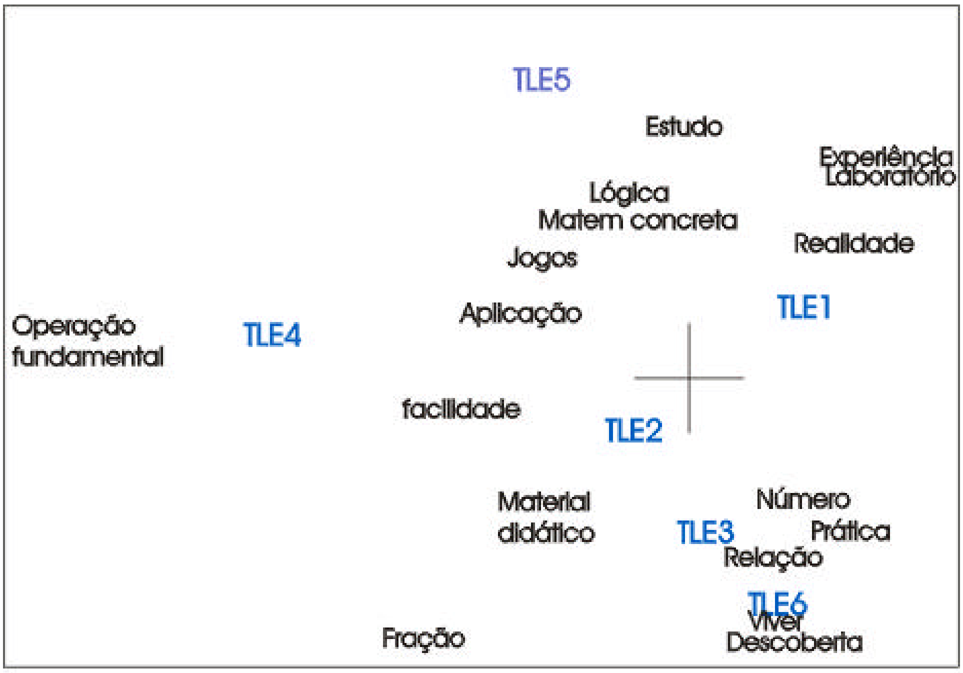
MOSCOVICI, S., (1976). *La psychanalyse, son image et son public*, Paris, PUF, première édition 1961.

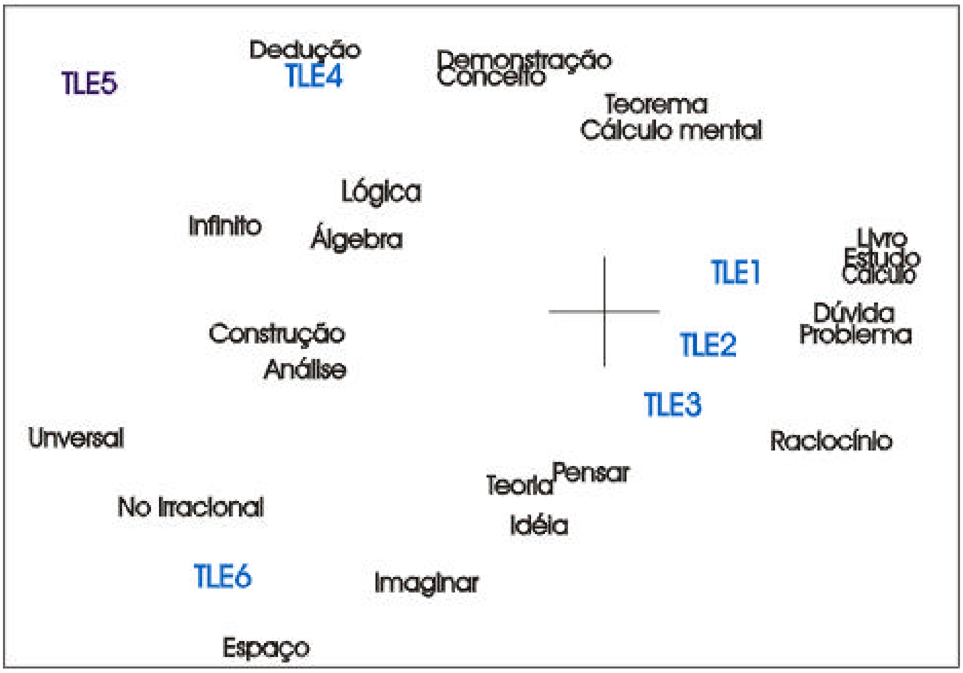
NIMIER, J., (1976). *Mathématique et affectivité.* Paris, Editions Stock.

NIMIER, J., (1989). *Entretiens avec mathématiciens*. IREM, Lyon.

SCHUBRING, G., GOLDSTEIN, C., KAHANE, J.P., BARBIN, E., REVUZ ,A.. (1993). *Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques : leur impact sur l'éducation.* IREM, Université Paris VII, Paris.

VERGNAUD, G., (1990). La théorie des champs conceptuels. In : *Recherches em Didactiques des Mathématiques,* vol. 10, n°23, pp 133-170.


TLE5
Estudo
Experiência
Laboratório
Lógica
Matem concreta
Realidade
Jogos
Aplicação
TLE1
Operação
fundamental
TLE4
facilidade
TLE2
Material
didático
Número
TLE3
Prática
Relação
TLE6
Viver
Fração
Descoberta


Dedução
TLE5
TLE4
Demonstração
Conceito
Teorema
Cálculo mental
Lógica
Infinito
Álgebra
Livro
Estudo
Cálculo
TLE1
Dúvida
Construção
Problema
TLE2
Análise
TLE3
Unversal
Raciocínio
Pensar
Teoria
No Irracional
Idéia
TLE6
Imaginar
Espaço