MEDIDAS DE COMPRIMENTO

UNIDADES CONVENCIONAIS EM ARTICULAÇÃO COM ARBITRÁRIAS

Maranhão, M. Cristina S. de A. P.U.C. - S.P; Campos_Tânia M. M. P.U.C. - S.P

Resumo

Este estudo aborda a importância da aprendizagem dos processos de construção de uma medida, usando instrumentos não convencionais e unidades arbitrárias, para alunos de 5ª série do ensino fundamental, que sabem medir usando instrumentos convencionais do sistema métrico decimal. Apresenta a relevância do ensino de medidas não restrito ao uso de instrumentos convencionais e às representações em escalas usuais (1:10 ou 1:100). Verifica que um ensino articulando o uso de instrumentos convencionais e não convencionais promove maior flexibilidade na escolha do instrumento, da unidade e do procedimento adequados para a solução de um problema.

1. Introdução

Pesquisadores de diferentes orientações teóricas têm desenvolvido trabalhos sobre medidas de comprimento. Em situações de classe, com alunos de 9 a 12 anos, Douady e Perrin-Glorian (1986) estudam a aprendizagem de processos de construção de uma medida por meio da graduação de retas, partindo do uso de instrumentos não convencionais e unidades arbitrárias, chegando às convencionais, para promover a compreensão de conceitos e de procedimentos fundamentais característicos de uma medida de comprimento (na métrica usual euclidiana). Consideram que esses conhecimentos sejam ferramentas para novas aprendizagens, como por exemplo, de representações em escala. Essas autoras não estudaram, em especial, situações em que os alunos pudessem escolher entre o uso de unidades presentes em réguas graduadas ou uma unidade de medida arbitrária, nem os efeitos dessas escolhas, na solução de problemas envolvendo representações em escalas.

Nunes, Light e Mason (1993) defendem que o uso de instrumentos de medida convencionais, como réguas graduadas, na solução de problemas envolvendo tomadas de medida de comprimento é possível e aconselhável desde os primeiros anos do ensino fundamental. Nesse estudo, de laboratório, analisam o desempenho de alunos dos primeiros anos do ensino fundamental, em tarefas de comparação de comprimentos de segmentos. Essas tarefas são realizadas por meio de mensagens entre alunos, em três situações distintas: a) uma, em que recebem unidades arbitrárias de comprimento de medida (barras sem graduação); b) outra, em que recebem réguas graduadas incomuns, isto é, quebradas a partir do número 4; c) outra ainda, em que recebem instrumentos convencionais, isto é, réguas graduadas comuns. Aqui nos interessa ressaltar que suas conclusões enfatizam que há diferença significativa no desempenho dos alunos, na situação (c) em que usam a régua graduada comum, em relação à situação (a), em que usam instrumentos não convencionais. Concluem que os alunos se beneficiam do uso dos instrumentos convencionais, em especial dos números presentes nas réguas graduadas comuns, sendo que estes funcionam como ferramentas para o pensamento na solução dos problemas propostos em seu estudo. Esses autores não estudaram o desempenho de alunos em problemas envolvendo representações em escala, nos quais a solução usando unidades presentes em réguas graduadas, por procedimentos convencionais de medida, fosse mais difícil que a solução usando unidades arbitrárias de medida (barras) e procedimentos não convencionais.

2. Quadro Teórico

Apesar de Nunes, Light e Mason (1993) não enfatizarem a promoção de conhecimentos geométricos, afirmam que tanto a compreensão dos invariantes de medida como o uso de instrumento de medida, que dão suporte a raciocínios importantes relacionados a medições, terão efeito direto no desempenho de crianças em tarefas de comparação de comprimentos mediadas por medições. Das análises desse estudo, ressaltamos que: na situação (a), usando os instrumentos não convencionais, o estudo aponta que 43% dos alunos transladam a barra e que há rigorosa subdivisão da mesma em 13% das tentativas. Outros procedimentos não considerados rigorosos são observados, como afirmativas do tipo: “minha linha tem cerca de 2 vezes a barra” ou “penso que minha linha tenha aproximadamente 3 cm”. Um número substancial de tentativas requerendo iteração ou subdivisão é resolvido com base em informação insuficiente e de modo incorreto; na situação (b), usando a régua quebrada, os autores consideram que as crianças respeitam os princípios de medida em 63% dos casos. Apenas 20% leram o número da régua correspondente ao final do segmento. Os 17% restantes levam em conta a quebra, mas reduzem o número sobre o final do segmento em 3 ou 2 cm; na situação (c), usando a régua graduada comum, todos os alunos dão respostas numéricas, sendo que alguns superpõem o início e o final do segmento com números da régua, outros contam segmentos entre os números da régua (unidades). Há certos erros provenientes da colocação do número 1 numa das extremidades do segmento a ser medido, ao invés do número 0. Entendemos que todos esses erros dos alunos possam derivar de falha de conhecimentos sobre os processos de construção de medida.

Os autores afirmam que os erros de posicionamento da régua comum podem ser superados por uma melhor instrução sobre como ajeitar a régua para medir corretamente. Já os procedimentos não rigorosos com as unidades arbitrárias podem resultar da necessidade de reinventar iteração e subdivisão para obter quantificação. Concordamos com eles e, por isso, pensamos ser conveniente o ensino sobre esses procedimentos. Os processos de construção de uma medida, nos moldes de Douady e Perrin-Glorian (1986) podem propiciar boa compreensão a respeito dos números presentes numa régua graduada. Teriam como reflexo, por exemplo: a) o conhecimento de procedimentos geométricos válidos como a justaposição ou translação de segmentos para medir, decorrendo dele a compreensão do motivo da presença do número 0 em segmentos ou em réguas graduadas; b) a concepção de que medir um segmento *v* (numa unidade de medida *u*) é saber quantos segmentos de medida *u* recobrem *v*, distinguindo números que designam pontos (abscissas) de números relativos à contagem de unidades. Em resumo, a nosso ver, a visão de Nunes, Light e Mason (1993) pode ser articulada com a de Douady e Perin-Glorian (1986) e vemos uma contribuição ao ensino, por meio dessa articulação, pois os alunos teriam mais recursos para a solução de problemas.

Deste modo, *uma hipótese que testamos nesse estudo é se o domínio de procedimentos geométricos de medida pode fornecer, a alunos que já sabem medir com instrumentos convencionais, maior flexibilidade na solução de problemas, em particular, nos que envolvem representações em escala.*

3. Metodologia

Num estudo de caso, acompanhamos um grupo com 16 alunos de uma classe de quinta série do ensino fundamental, de uma escola particular da Grande São Paulo, Brasil. Esses alunos freqüentaram a mesma escola desde a primeira série. Tinham recebido instrução sobre:

a) uso de réguas graduadas com unidades do sistema métrico decimal (as mais comuns na cultura brasileira), para a solução de problemas de tomada de medida, desde a primeira série; b) cálculos com decimais, desde a 3ª série; c) cálculos de distâncias, por meio de representações em escalas (mapas), nas aulas de Geografia e de Matemática, na 5ª série.

A pesquisa se desenvolveu em três fases:

Na fase 1 entrevistamos pares de alunos, nos moldes clínicos. Cada par recebeu um problema-teste, para resolver com lápis e papel, de comum acordo. Recebeu também algumas réguas graduadas (comuns do sistema métrico decimal) e barras de papel dobráveis (sem números ou demarcações). Avisamos que qualquer material poderia ser usado. Obtivemos dados a partir das manipulações dos instrumentos, das discussões ao resolver o problema e da folha de respostas.

Na fase 2, o grupo de alunos recebeu, da professora regular da classe, aulas com uma seqüência de situações baseada, em parte, nos estudos de Douady (1986) para a construção de uma medida de comprimentos. Escolhemos algumas situações apenas, com o objetivo de complementar sua formação sobre tomada de medidas.

Na fase 3 aplicamos o mesmo teste da fase 1, nas mesmas condições.

4. Procedimentos

4.1. Descrição das situações da fase 2

Essa fase foi realizada em 3 sessões de 100 min, que envolviam:

- a tomada direta de medidas, para comparação de dois comprimentos diferentes, mas muito próximos, usando instrumentos à escolha, incluindo convencionais e não convencionais; a resposta a questões do tipo: "Quantas unidades de comprimento u recobrem um segmento de comprimento v?", relacionando a resposta à medida do segmento na unidade considerada; discussões sobre vantagens e desvantagens de cada procedimento usado pelos alunos e sobre o que se considera erro grosseiro de medida, em cada tarefa;

- a graduação de retas por meio de translação de unidades arbitrárias, a discussão sobre o porquê de se usar os números 0 e 1 para designar os primeiros números da graduação; a demarcação de pontos em retas graduadas com unidades arbitrárias e o cálculo de distâncias; medidas de alguns segmentos em diferentes unidades, por meio de graduação; discussões sobre o que se considera erro grosseiro de medida, em cada tarefa;

- a construção de pista reta de 200 m e sua divisão em 4 pistas de mesmo comprimento, para corrida de revezamento com bastão em equipes de 4 alunos; o desenho dessas pistas em escala, sobre um segmento de 25 cm que representava o trajeto total. Os alunos podiam usar barras dobráveis de 25 cm ou réguas graduadas.

4.2.Concepção do problema-teste das fases 1 e 3

O problema foi concebido de tal modo que sua solução seria mais simples, usando as barras sem demarcação. Havia duas barras, sendo que uma media 12 cm de comprimento, a mesma medida do segmento representante dos 100 km de trajeto, e outra tinha 1,2 cm de comprimento, a mesma medida do segmento representante dos 10km de percurso. Usando réguas graduadas, os alunos se defrontariam com os números decimais da representação e sua relação com os da situação real. O problema era assim:

Um motorista fez um passeio de 100 km, dirigindo regularmente. Marquem os pontos em que ele estava ao se passarem exatamente 25 km, 55 km e 65 km do início, na linha abaixo.

5. Resultados

5.1 Da fase 1 - Os alunos usaram entre 40 e 50 minutos para resolver o problema. Com exceção de 1 par, todos os alunos usaram a régua graduada e mediram corretamente os segmentos da figura, logo que leram a questão. Transcrevemos os procedimentos e alguns argumentos usados pelos alunos.

3 pares, A, B e C, explicitaram a relação *1cm são 10 km* e **2 pares, D e E,** explicitaram a relação *10 mm são 10 km* e concluíram que *25 km são representados por 25 mm.* Depois, um dos alunos, do **par D**, formulou a relação *12 mm são 10 km* e marcou o segmento total de 1 em 1 centímetro, declarando: *se for assim, dá certo.* Seu parceiro concordou. **1 par, F,** marcou o segmento total de 5 em 5 mm, declarando que fazia isso *porque 25 é múltiplo de 5*. **Os pares A, B, C, D e F** demarcaram o ponto correspondente a 25 km, a 55 km e a 65 km, respectivamente nos 2,5 cm, nos 5,5 cm e nos 6,5 cm da representação. **O par E** demarcou o ponto correspondente aos 25 km nos 25 mm e efetuou: *55mm + 2mm = 57mm*, demarcando o ponto correspondente a 65km nos 57 mm e demarcou o ponto correspondente a 55km nos 56mm. **1 par, G,** explicitou a relação *1,5 cm são 10 km* e, depois, a relação *1cm vírgula 2 são 10km*. O aluno que usou a relação *1,5 cm são 10 km* errou em cálculos e em procedimentos para demarcar. Questionado, fez somas das medidas do segmento de 1,2 cm já demarcado, desistiu e passou a transportar o intervalo de 0 a 1,2 cm da régua, para demarcar um ponto correspondente a 25 km; o outro, que usou a relação *12cm = 100km,* dividiu 12 cm por 4, obtendo 3 cm para demarcar o ponto correspondente a 25 km e, depois, transportou um segmento de 3cm para demarcar o ponto correspondente a 50km. Demarcou o ponto correspondente a 55 km a 1 cm do ponto representante dos 50 km e o correspondente a 65 km a 2 cm do ponto representante dos 55 km. **1 par, H,** explicitou a relação *12 cm = 100 km* e *1,2 cm = 10 km* e, depois transladou o segmento de 0 a 1,2 cm da régua para demarcar os pontos correspondentes aos 25 km e aos 50 km. Transladou 0,6cm para demarcar o ponto correspondente aos 55 km e 1,2 cm para o ponto correspondente aos 65 km.

Com exceção do par H, todos os que usaram relações erradas entre a representação e a situação real receberam intervenções do tipo: "Mas, na figura, são 12 mm que correspondem a 10 km, não são?" Apenas 1 par reviu a produção. Os demais pares disseram que a figura deveria ter algum erro ou que era muito pequena a diferença ou ainda disseram que do modo que tinham feito já estava bom, sendo que podíamos ver que estavam cansados e que não queriam reinvestir na solução. Dissemos a todos que o uso das barras facilitaria a solução e sugerimos que as usassem, mas todos recusaram.

5.2 Da fase 3 -Os alunos usaram entre 20 e 30 minutos para resolver o problema. Todos os alunos usaram a régua graduada e mediram os segmentos da figura, logo que leram a questão. Logo depois, foram dobrando a barra correspondente ao comprimento total do percurso em metades, para as demarcações, abandonando a régua graduada. A resolução dos oito pares foi assim: dobrando a barra em 4, demarcavam 25 km. Transladavam esse comprimento ou usavam a dobra da metade da barra, para demarcar o ponto correspondente aos 50 km de percurso. Depois dobravam a barrinha correspondente a 10 km, para demarcar o ponto correspondente aos 55 km. Diziam algo assim: *Para marcar 55 são dois de 25 mais meio de 10 ou, para marcar 55 é só juntar mais meio de 10*. Em seguida, desdobravam-na para demarcar o ponto correspondente aos 65 km de percurso. Os argumentos transcritos no quadro a seguir exibem alguns motivos de escolhas dos alunos do **par D**.

D_1 – *Dois centímetros são dez quilômetros; então, dois milímetros são um quilômetro.*

D_2 – *Calma aí, menina! Pra quê fazer contas com a régua? Tem a barrinha para usar!* (mostrando a barra correspondente ao trajeto total. Começou a dobrá-la em quatro).

D_1 – *Se você dividir sempre as barrinhas na metade, não sobra nem falta nada e dá sempre certo. Se dividir direto em quatro, fica cheio de sobras.* (a partir desse argumento de D_1, D_2 mudou o procedimento).

D_2 – *Para marcar os vinte e cinco quilômetros é só dobrar a barra em dois e, depois, em dois outra vez. Depois, é só usar essa pequena aqui* (comparou a medida da barrinha e do segmento correspondente a 10 km).

Com exceção do par **D**, todos foram questionados sobre o motivo de não usar a régua. Todos responderam algo parecido: *As contas do problema são ruins porque 1,2 cm corresponde a 10 km e não é direto.* Ao serem questionados sobre o que seria direto, respondiam: *direto é usar o comprimento para ver as distâncias. Não precisa fazer contas.*

6. Conclusões

Na fase 1, nenhum aluno solucionou a questão por um procedimento que abolisse a régua e as medições de todos foram corretas, sem erros em posicionamento da régua. Três alunos usaram a iteração já descrita por Nunes (1997), sendo que **1 par acertou as demarcações**. Isso era esperado por nós, já que os alunos aqui estudados estavam em séries mais avançadas e tinham recebido instrução, nos moldes sugeridos por ela, sobre como tomar medidas. Esse estudo amplia os resultados daquele, que aponta erros em cálculos ou aproximações grosseiras quando se requer fracionamentos, mostrando que isso ocorre mesmo com alunos com mais tempo de instrução sobre tomada de medida e sobre decimais. Sem intervenção, **7 pares erraram as demarcações**, porque partiram de uma aproximação numérica grosseira, para os cálculos, usando relações comuns em representações em escala, como 1cm corresponde a 10km, 10 mm a 100km (apenas um desses pares usou 1,5 cm corresponde a 100 km, mesmo assim, somente em uma parte do problema).

As aproximações grosseiras da fase 1 poderiam ser provenientes de falta de experiência no uso de escalas não usuais, já que muitos dos alunos verbalizavam as correspondências (1:10 ou 10:100) mesmo depois de medir os segmentos. A falta de noção sobre o que poderia ser considerado desprezível numa representação em escala, pareceu-nos também ter influenciado os comportamentos dos alunos, pois quando questionados respondiam que a figura deveria ter algum erro ou que as diferenças eram desprezíveis. Consideramos, no entanto, que o desconhecimento sobre como usar instrumentos não convencionais de medida, favorecendo outros procedimentos que evitariam relações numéricas e cálculos com decimais, foi o fator relevante no desempenho dos alunos na fase 1. Isto foi corroborado pelo desempenho na fase 3, à luz das experiências na fase 2.

Já na fase 3, todas as demarcações foram consideradas boas. Notamos maior disposição e facilidade para solução do problema em todos os pares. Houve redução considerável no tempo gasto para solução (20 a 30 min), já que os alunos evitavam as relações entre unidades de medida da situação real e da representação, bem como cálculos com decimais. Os pares mostraram maior segurança na solução do problema, escolhendo instrumentos diferentes da régua. Isso se justifica pelas diversas situações em que usaram vários instrumentos ou procedimentos de medida na fase 2. Essa escolha não representa perda de segurança no uso da régua graduada comum, pois a maior parte dos alunos a usou na primeira parte do problema.

A escolha de uma unidade de medida pertinente para a solução de um problema é uma competência relevante, a nosso ver. Neste trabalho vimos que essa competência foi também reflexo dos processos de construção de uma medida, em especial porque trabalhamos com unidades arbitrárias em situações de medida e também em situação de representação em escala, evitando o uso das escalas usuais e das relações numéricas entre a situação real e da representação. Ressaltamos que a situação de representação em escala (na fase 2) envolvia o trabalho com apenas uma unidade de medida e a do problema-teste (nas fases 1 e 3) envolvia a escolha de duas unidades diferentes, para demarcações diferentes, sendo que essas unidades mantinham a relação entre a representação e a situação real. Os alunos souberam escolher a unidade mais conveniente para cada demarcação.

As respostas dos alunos, além das observações, demonstraram aumento de flexibilidade na escolha de instrumentos que propiciassem procedimentos mais econômicos, na solução do problema, comparando as fases 1 e 3.

Essa flexibilidade advém, a nosso ver, da articulação entre o uso de instrumentos convencionais e não convencionais, em problemas envolvendo escalas não usuais.

Queremos finalmente notar a importância de alunos não serem meros usuários de instrumentos colocados à sua disposição, mas também conhecerem seu modo de produção. Por outro lado, ressaltamos a importância de a escola valorizar os conhecimentos culturais dos alunos, desde a primeira série.

6. Bibliografia

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Nombres decimaux. Brochure I.R.E.M. Université Paris VII. 1986.

NUNES, T.; LIGHT, P.; MASON, J. Tools for thought: The Measurement of Length and Area. Learning and Instruction, Vol 3, pp 39-54. 1993.

MARANHÃO, M. C.S. A. Uma Engenharia Didática para a aprendizagem de concepções de tempo. Tese de Doutorado. PUC/SP, São Paulo. 1996.