COMPONENTES TÁCITOS E EXPLÍCITOS DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO NAS ORIENTAÇÕES CURRICULARES

PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Cristina de Castro Frade (UFMG)

Oto Neri Borges

Introdução

Nos últimos anos tem havido um grande esforço por parte de um número cada vez maior de educadores matemáticos em valorizar a aprendizagem matemática como envolvendo componentes de *domínios distintos* (como por exemplo, o cognitivo, o social e o de crença e valores) e de *diferentes naturezas* (ou seja, uns são mais comunicáveis ou mais passíveis de explicitação do que outros) do conhecimento matemático (HIEBERT e LEFEVRE (1986), ROMBERG (1992), SHOENFELD (1992), WINBOURNE e WATSON (1998), ERNEST (1998, 1999), por exemplo). Tal tendência, por sua vez, é um reflexo do movimento de mudanças pelo qual tem passado a filosofia e a epistemologia matemáticas. Embora muitos desses pesquisadores tenham-~~-~~se empenhado em nos mostrar, de uma maneira ou de outra, a existência de tais componentes envolvidos na aprendizagem matemática, podemos dizer que ERNEST (1998, 1999) é o autor que, até o momento, melhor a caracterizou[1].

Segundo Ernest, tanto o conhecimento matemático, quanto a aprendizagem matemática, podem ser melhor compreendidos através de um modelo multidimensional cujos componentes são ou de natureza *principalmente tácita* ou de natureza *principalmente explícita*. ~~Para Ernest, o conhecimento matemático explícito é aquele que pode ser adquirido por meio da linguagem ou de demonstrações, como por exemplo, o teorema de Pitágoras. Já o conhecimento matemático tácito é aquele adquirido por meio da ação ou da experiência e que não pode ser totalmente explicitado. Nos componentes principalmente~~

[1] Na verdade, Ernest propõe uma caracterização para o conhecimento matemático. Ao fazer isso, ele sintetiza boa parte das idéias de vários pesquisadores sobre o assunto.

~~explícitos Ernest inclui, por exemplo, afirmações, raciocínios e provas matemáticas (tanto as formais quanto as informais).~~ Nos componentes principalmente tácitos, ele inclui, os usos da linguagem e simbolismo, métodos, estratégias, procedimentos e valores matemáticos, dentre outros. Embora seu modelo não contemple, por exemplo, processos psicológicos/cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática, ainda assim, podemos considerá-lo uma sua boa aproximação ~~para representar sua abrangência~~ no sentido de que ele nos ajuda a compreender melhor qual o conhecimento matemático espera-se, hoje, que os alunos aprendam sobre ele.

Por outro lado, ao ler os PCNs (MEC, 1998) de matemática para o ensino fundamental, por exemplo, ~~penso~~ entendemos que as categorias do conhecimento matemático - *conceitos, procedimentos e atitudes* - propostas por esse documento, estão contempladas no modelo de Ernest. Cruzando, então, os objetivos curriculares para o ensino da disciplina, de acordo com os PCNs (explicitados segundo as categorias acima mencionadas), e o modelo do conhecimento matemático de Ernest (segundo suas dimensões tácita e explícita), podemos interpretar que tais objetivos dos PCNs propõem, para os alunos do ensino fundamental, a aprendizagem de um conhecimento matemático de natureza muito mais tácita do que explícita (essa interpretação pode ser, também, estendida aos PCNs para o ensino médio). ~~No meu entender, i~~Isso traz à tona uma questão curricular bastante delicada uma vez que nossa prática, tradicionalmente, tem tratado o conhecimento matemático ensinado pelo professor como sendo essencialmente explícito e o conhecimento matemático aprendido pelos alunos como sendo, todo ele, passível de explicitação. Ora, se por um lado as atuais propostas curriculares para o ensino da disciplina valorizam a aprendizagem, pelos alunos, de um conhecimento matemático de natureza principalmente tácita, por outro lado, as mesmas não nos têm oferecido subsídios para lidar com processos dessa natureza.

Diante dessas circunstâncias, o objetivo desse trabalho será o de promover uma reflexão sobre essas questões. Para tal, ele será organizado em quatro partes. *Na primeira*, descreveremos o modelo do conhecimento matemático ou da aprendizagem matemática proposto por Ernest (1998). *Na segunda*, ilustraremos um conhecimento matemático principalmente tácito. *Na terceira parte*, mostraremos que os atuais objetivos curriculares para o ensino da disciplina enfatizam a aprendizagem, pelos alunos, de um conhecimento matemático de natureza principalmente tácita. Por fim, encerraremos esse trabalho levantando alguns problemas curriculares decorrentes dessa tendência e argumentaremos que eles ~~os quais~~ podem ser vistos como questões merecedoras de investigação.

1 O conhecimento matemático e seus componentes na visão de Paul Ernest

Segundo ERNEST (1998), dentre as principais mudanças que ocorreram acerca da concepção do conhecimento, ~~podemos citar~~está o reconhecimento da distinção entre os conhecimentos *explícito* e *tácito* (POLANYI, 1983). Para que possamos compreender melhor tal distinção, ele sugere que tomemos como ponto de partida as seguintes classificações dicotômicas do conhecimento, já conhecidas na literatura: *conhecimento proposicional* × *conhecimento prático*, *conhecer o que* × *conhecer como*, *entendimento conceitual* × *entendimento procedimental*, *entendimento relacional* × *entendimento instrumental*, dentre outras. Em tais exemplos, o primeiro termo de cada par corresponderia ao conhecimento explícito enquanto que o segundo termo corresponderia ao conhecimento tácito.

No entendimento de Ernest, um conhecimento matemático explícito é aquele que pode ser adquirido por meio da linguagem proposicional ou de demonstrações, como por exemplo, o teorema de Pitágoras. Por outro lado, um conhecimento matemático tácito é aquele adquirido por meio da ação ou da experiência e que não pode ser totalmente explicitado por meio da linguagem proposicional. Esse último, segundo ele, inclui métodos, abordagens, operações simbólicas, estratégias e procedimentos, ~~os quais~~que são, freqüentemente, aplicáveis a novos problemas, porém, usados de maneira diferente em diferentes situações.

Na tentativa de melhor compreender o conhecimento matemático e, portanto, a aprendizagem matemática, o autor propõe um modelo desse conhecimento, baseado no modelo de Philip Kitcher da prática matemática. Embora Kitcher tenha considerado seu modelo uma proposta da prática matemática, Ernest acredita que tal caracterização não corresponde à prática matemática em nenhum sentido social. Segundo Ernest, Kitcher não defendeu seu modelo da prática matemática como sendo completo, fato que o legitimou a incluir no mesmo dois elementos tácitos reconhecidamente importantes e que não constavam no modelo de Kitcher. Feito isso, Ernest adota-o como um modelo do conhecimento matemático.

A tabela 1 descreve tal modelo, onde, os primeiros cinco componentes são os propostos por Kitcher e, os dois últimos, são os incluídos por Ernest:

Tabela 1 – Natureza dos componentes do conhecimento matemático, segundo Ernest. ~~matemático, segundo Ernest.~~

Componentes do Conhecimento Matemático	Explícito ou Tácito
Afirmações e proposições (reconhecidas, aceitas)	Principalmente Explícito
Provas e Raciocínios (usados para justificar as afirmações aceitas)	Principalmente Explícito
Problemas e Questões (considerados importantes de serem resolvidos)	Principalmente Explícito
Linguagem e Simbolismo (empregados para permitir a comunicação matemática)	Principalmente Tácito
Visão metamatemática: prova e definição padrões, alcance e estrutura da matemática	Principalmente Tácito
Métodos, procedimentos, técnicas, estratégias (utilizados para fazer matemática)	Principalmente Tácito
Estética e Valores	Principalmente Tácito

Para Ernest, os dois primeiros componentes do conhecimento matemático, propostos por Kitcher - afirmações/proposições e provas/raciocínios - são principalmente explícitos. Além disso, problemas e questões também o são na medida em que circulam na discussão entre os matemáticos. Na sua opinião, o componente seguinte, proposto por Kitcher, inclui dois sub-componentes: um é a visão metamatemática que inclui visões de provas e definições, e o outro, visões sobre o alcance e estrutura da matemática. Segundo Ernest, esse tipo de visão geral da matemática é um elemento tácito do conhecimento matemático no sentido de que os matemáticos o adquirem e o constroem por meio da experiência e, além disso, não podem ser totalmente explicitados. Apesar de alguns aspectos dos conhecimentos da linguagem e simbolismo da matemática serem conhecidos explicitamente, para ele, muito de seu uso é tácito e existem elementos tácitos nesse conhecimento.

De acordo com Ernest, os dois últimos componentes que ele propõe são, sobretudo, importantes na discussão da educação matemática. Embora os métodos possam conter alguns elementos explícitos, eles são sustentados por conhecimentos tácitos. O último componente - estética e valores - transcende a visão metamatemática na medida em que, para Ernest, a maioria das posições pessoais e sentimentos sobre a estética e a beleza da matemática é tácita, pois está vinculada a crenças e concepções pessoais.

Ernest acredita que o modelo apresentado acima proporciona, *"(…) uma visão mais abrangente e extensa do que a visão tradicional do conhecimento matemático como sendo essencialmente explícito. A ampla natureza dos elementos nela incluídos significa que esse modelo é mais adequado para descrever as práticas dos matemáticos e os processos de aprendizagem matemática na medida em que esses incluem elementos tácitos*."[i] (p. 15-16)

Assim sendo, seu modelo propõe o conhecimento matemático incluindo uma dimensão concreta e tácita, composta de conhecimentos de casos e exemplares; de problemas, situações, cálculos, argumentos, provas, aplicações, dentre outros. Para ele, essa dimensão do conhecimento, tanto na matemática quanto na matemática escolar, é adquirida da experiência de trabalhar com matemática e, grande parte desse trabalho, é construída muito mais tacitamente do que através do conhecimento explícito. Por fim, ele diz que sua ênfase sobre o tácito e o particular é contrária a perspectiva que enfatiza a importação do conhecimento abstrato e geral como justificativa para se compreender o conhecimento específico, concreto e tácito.

A proposta de Ernest sobre a decomposição do conhecimento matemático em componentes *principalmente explícitos* ou *principalmente tácitos* possui as seguintes vantagens:

1. Os componentes do conhecimento matemático, tal como ele os propôs, desafiam uma crença coletiva, razoavelmente estável, de que o mesmo seja essencialmente explícito. Isto leva-nos a uma reflexão sobre a nossa prática em sala de aula em direção a uma prática mais provocadora das ações dos alunos e a uma busca por meios mais adequados para que eles possam expressar-se sobre seus conhecimentos tácitos.

2. Ao decompor o conhecimento matemático dos alunos em componentes, podemos tratar um conhecimento, até então, bastante amplo e complexo em partes viáveis de serem abordadas, tanto do ponto de vista de sua melhor compreensão quanto do ponto de vista de quais componentes necessitam de uma intervenção pedagógica quando do seu tratamento em sala de aula. Embora, em princípio, esse comentário possa aplicar-se, também, ~~as~~ às categorias dos PCNs (conceitos procedimentos e atitudes), o modelo de Ernest é mais abrangente para descrever a aprendizagem matemática, pois dá-nos informações relevantes sobre suas dimensões tácita e explícita.

3. Sobre o comentário, acima, SCHOENFELD (1992) acredita que podemos obter progressos no entendimento de um sistema amplo e complexo abstraindo dele, cuidadosamente, subsistemas para análise e, então, combinando as análises dos subsistemas, podemos analisar o sistema como um todo. Entretanto, ele observa que as possíveis revelações obtidas dos subsistemas, sozinhas, são insuficientes. As interações entre os subsistemas devem ser consideradas, mas o todo é, obviamente, muito mais do que a soma de suas partes.

Entretanto, tais vantagens não podem obscurecer os cuidados que devemos ter ao abordar um conhecimento tácito. Segundo POLANYI (1983), o fato de um conhecimento tácito não poder ser completamente explicitado, não significa que o mesmo não possa ser comunicado. Para ele, uma pessoa pode apreender o conhecimento tácito de uma segunda pessoa a partir da apreensão de alguns de seus particulares e de um esforço de compreender o ~~isso pode ser feito, somente, através do~~ significado desses~~, apenas, alguns de seus~~ poucos aspectos apreendidos. Por outro lado, para que a segunda pessoa possa comunicar aspectos de seus conhecimentos tácitos à primeira pessoa é necessário ~~e se nos forem dados~~que meios adequados para expressá-los estejam ao seu dispor. Todavia, o autor observa que uma das maneiras de destruir o significado de um conhecimento tácito, é tentar abordar meticulosamente e detalhadamente todos os aspectos que o caracterizam, bem como, tentar declarar explicitamente a relação entre eles. De acordo com Polanyi, ao se fazer isso, não conseguimos recuperar de volta seus significados originais.

2 Uma ilustração de um conhecimento matemático principalmente tácito

Uma ilustração de um conhecimento matemático principalmente tácito pode ser encontrada na exposição de SCHOENFELD (1992) sobre o que seja *pensar matematicamente* (mathematical thinking). Segundo o autor, para uma pessoa aprender matemática (ou fazer matemática) não basta que ela se aproprie e faça uso das ferramentas matemáticas - abstração, representação e manipulação simbólicas. Ela precisa desenvolver *algo mais*: um *pensar matemático*. Esse, por sua vez, parece ser um processo que tanto significa o desenvolvimento de um ponto de vista ~~(ou um estilo de pensamento)~~ quanto o de ações concretas. Além disso, ora ele considera que *a base de conhecimentos, estratégias de resolução de problemas, metacognição, crenças e afetividade e práticas* são aspectos cognitivos fundamentais para a articulação entre o pensar matematicamente e a resolução de problemas, ora ele considera que tais aspectos são categorias de tal processo.

Se pudéssemos resumir, numa única frase, um sentimento sobre sua exposição acerca do que seja *pensar matematicamente*, poderíamos dizer que ela, como um todo, passa-nos uma idéia importante (a do *algo mais* para se fazer matemática) ainda que, ao tentar descrevê-la ou explicitá-la, o autor a faça parecer confusa. Podemos atribuir isso à hipótese de que *pensar matematicamente*, sobretudo, possuir um ponto de vista matemático, é um tipo de conhecimento fundamentalmente tácito e, portanto, como diz POLANYI (1983), *sabe-se mais sobre ele do que se consegue falar sobre ele*. Assim, ao tentar descrever um conhecimento matemático tácito em palavras, Schoenfeld provoca, inevitavelmente, uma perda do significado de sua totalidade. Uma vez que o modelo do

Formatado

conhecimento matemático, proposto por Ernest, não sofre tamanha perda, torna-se mais compreensível abordar o processo *pensar matematicamente* como sendo um conhecimento que coordena vários componentes do conhecimento matemático, a maior parte dos quais é de natureza principalmente tácita.

~~componente de tal modelo ao invés de propor-lhe uma categorização. Desse modo, tal processo estaria contemplado, no modelo de Ernest, subentendido, sobretudo, nos vários componentes principalmente tácitos do conhecimento matemático.~~

~~Acredito que d~~Dois argumentos ~~possam~~ fornecem~~r~~-nos evidências de que *pensar matematicamente* é, de fato, um conhecimento principalmente tácito. O *primeiro* deles, pode ser encontrado em dois exemplos, dados pelo próprio Schoenfeld (p. 341), para ilustrar como um matemático tem um modo particular de pensar ao confrontar-se com situações-problema do mundo real. O autor identifica, em tais exemplos, alguns aspectos característicos desse pensar. Entretanto, Schoenfeld reconhece que, apesar de podermos identificar tais aspectos nesses exemplos, existem múltiplos outros que caracterizam um ponto de vista matemático.

Isso parece sugerir que para se reconhecer um ponto de vista matemático devem-nos ser dadas ~~meios~~ pistas adequadas ~~adequados~~ para podermos identificá-lo. Além disso, se considerarmos que tais aspectos correspondem ao conceito de *particulares*, de POLANYI (1983), de um conhecimento tácito, constatamos que podemos identificar somente alguns particulares (no nosso caso, alguns aspectos do ponto de vista matemático) que lembramos dentro de um espectro que cont~~e~~êm todos os outros particulares que caracterizam tal conhecimento. O *segundo* argumento reside no fato de que ao decompor o pensar matemático em categorias e tentar explicitar uma relação entre elas, o mesmo perde o significado de sua totalidade, como já mencionamos anteriormente. ~~Penso que, i~~Interpretando Schoenfeld dessa maneira, avançamos de um entendimento nebuloso do que seja pensar matematicamente em direção a um mais compreensível (ainda que seja tácito) e, talvez, mais viável, de ser abordado.

Uma questão importante que merece ser levantada nesse momento relaciona-se à incorporação da expressão *pensar matematicamente* ao discurso da matemática escolar sem que o significado dessa expressão seja adequadamente discutido. Isso não quer dizer que o seu significado ~~deva~~ possa ser totalmente explicitado nas propostas curriculares mesmo porque, ~~se isso fosse possível, contrariari~~ como acabamos de argumentar, ~~*a a hipótese de que*~~ *pensar matematicamente* é um conhecimento principalmente tácito. A questão levantada está na ênfase curricular de valorizar a aprendizagem, pelos alunos, de um conhecimento matemático principalmente tácito sem discutir sua natureza e subsídios que nos ajudem a tratá-lo como tal.

Duas ilustrações podem nos mostrar como a expressão *pensar matematicamente* está incorporada no discurso escolar. A primeira pode ser encontrada no documento americano *Standards 2000 - Principles and Standards for School Mathematics* (1998) - do NCTM~~ (National Council of Teachers of Mathematics)~~[2]. Já na introdução desse documento, por exemplo, encontramos o seguinte escrito na página 15:

> *"Nesse esboço dos Princípios e Parâmetros, as salas de aula de matemática são vistas como lugares onde pensar sobre e fazer matemática é o foco central. Em tais salas de aula, os alunos serão capazes de conquistar os objetivos estabelecidos no Currículo e Parâmetros de Avaliação: aprenderem a valorizar a matemática, tornarem-se seguros de suas próprias habilidades, tornarem-se resolvedores de problemas matemáticos, aprenderem a comunicar matematicamente e aprenderem a raciocinar matematicamente. Nas salas de aula cujo foco é o pensar matemático, os alunos aprenderão a matemática que é importante dos currículos do pre-K ao 12"*[3] ~~(isto é, da nossa pré-escola ao ensino médio).~~

A segunda ilustração pode ser encontrada, aqui mesmo no Brasil, no seguinte trecho dos PCNs - *Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio* (MEC, 1999):

[2] National Council of Teachers of Mathematics. É importante mencionar que Schoenfeld é membro da equipe do NCTM responsável pela elaboração dos *Standards 2000* para os graus 9-12 (*grades* 9-12) que correspondem ao período escolar equivalente ao nosso ensino médio. Essa informação foi retirada, em 18/07/2000, no web site: http://www-gse.berkeley.edu:80/faculty/gsefaculty.ss.html#schoenfeld

[3] Isto é, da nossa pré-escola ao ensino médio.

> "(...) *aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados dessa ciência e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer matemática e de um saber pensar matemático. Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático*." (Parte III, p. 23)

Esse último documento, entretanto, não discute os significados das expressões *pensar matemático* e *fazer matemática* o que pode levar-nos a interpretá-los da maneira como Schoenfeld os interpretou. Contudo, nesse documento, é possível identificar com clareza uma preocupação em equilibrar, no ensino-aprendizagem da disciplina, os elementos: pensar matemático/fazer matemática e práticas do dia-a-dia/trabalho.

3 Os componentes tácitos e explícitos do conhecimento matemático, segundo Ernest, e os atuais objetivos curriculares

Na primeira seção desse trabalho mostramos um entendimento do conhecimento matemático ou da aprendizagem matemática segundo seus componentes tácitos e explícitos. Na segunda seção, apresentamos uma ilustração do que seja um conhecimento matemático principalmente tácito. Mostramos, ainda, na segunda seção, como tal conhecimento encontra-se incorporado no discurso da matemática escolar. Nessa seção, faremos um paralelo entre os atuais objetivos curriculares para o ensino de matemática e o modelo do conhecimento matemático proposto por Ernest. Esse exercício tem como objetivo a busca de ~~tem como objetivo o de~~evidências para sustentar a afirmação de que ~~tais objetivos~~as atuais orientações curriculares valorizam~~ estão pautados, , n~~a aprendizagem daqueles componentes ~~e um~~do conhecimento matemático que são de natureza principalmente tácita[4].

Embora acreditemos que o exercício que apresentaremos a seguir possa ser feito considerando-se os objetivos curriculares de matemática para os diversos níveis de ensino e de diversos países, nós o faremos ~~o mesmo~~ tomando como exemplo os objetivos curriculares gerais para o ensino de matemática para os terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, propostos pelos PCNs. Além disso, apesar de entendermos que um mesmo objetivo curricular possa envolver vários, se não todos, componentes do conhecimento matemático, propostos no modelo de Ernest, tais objetivos dos PCNs serão interpretados, segundo esses componentes, conforme o maior grau de envolvimento dos mesmos para atender a esses objetivos. Por exemplo, tomemos o seguinte objetivo geral para os terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental:

Formatado

> *"Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas." (MEC, 1998)*

Ele pode ser divido nos seguintes objetivos, cada um dos quais envolvendo, ~~predominantemente~~de forma mais acentuada, um único componente do modelo de Ernest:

Quadro 1 – Identificação do componente do modelo de Ernest dominante em cada subobjetivo desse objetivo geral curricular

Subobjetivo	**Componente dominante no modelo de Ernest**	**Natureza do componente**
Descrever, representar e apresentar resultados com precisão	Afirmações e proposições	PE
Argumentar sobre suas conjecturas	Provas e raciocínios	PE
Fazer uso da linguagem oral	Linguagem e simbolismo	PT
Estabelecer relações entre ela (linguagem oral) e diferentes representações matemáticas	Visão metamatemática	PT

~~[4] Esse exercício é uma elaboração pessoal decorrente da minha experiência tácita e profissional de lidar com o conhecimento matemático e o ensino-aprendizagem matemáticos todos esses anos. Não o considero definitivo e nem imune à revisão.~~

Legenda: PE – principalmente explícito e PT – principalmente tácito.

~~1.Descrever, representar e apresentar resultados com precisão → Afirmações e proposições (PE)~~

~~2.Argumentar sobre suas conjecturas → Provas e raciocínios (PE)~~

~~3.Fazer uso da linguagem oral → Linguagem e simbolismo (PT)~~

Assim sendo, os componentes~~,~~ predominantemente~~,~~ envolvidos em tal objetivo seriam os seguintes: Afirmações e proposições (PE), Provas e raciocínios (PE), Linguagem e simbolismo (PT) e Visão metamatemática (PT). Como nesse caso, o mesmo critério será utilizado para cada um dos demais objetivos.

O quadro 2 nos mostra, então, como as categorias do conhecimento matemático - *conceitos, procedimentos e atitudes* - subentendidas nos objetivos gerais para o ensino de matemática para os terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental, podem estar contempladas no modelo de Ernest. Através de uma simples ~~contagem~~inspeção, pode-se ver que há uma preponderância ~~da valorização~~ dos componentes de natureza principalmente tácita em tais orientações curriculares. Tal preponderância pode ser encontrada, também, em propostas curriculares de outros países, como por exemplo, as dos Estados Unidos, Espanha e Inglaterra, as quais, também, sofreram modificações similares na década de 90.

~~→ Novo!~~ Antes de finalizar essa seção, gostar~~ia~~íamos de reiterar que o modelo de Ernest é um modelo que procura descrever um conhecimento fundamentalmente tácito através de alguns de seus principais aspectos. Sendo assim, ele deve ser visto com todas as limitações inerentes que decorrem da tentativa de se explicitar um conhecimento dessa natureza. Em outras palavras, o modelo de Ernest está sujeito às mesmas dificuldades encontradas quando tentamos recompor a totalidade em sua completude a partir da resolução e análise de suas partes e empregando, posteriormente, processos de aglutinação, síntese ou coordenação das mesmas. ~~tentamos aproximar um conjunto discreto de entidades de uma entidade contínua. (como vc pode ver, roubei sua idéia!)~~ Além disso, podemos dizer que seu modelo está mais próximo de um modelo ontológico do que de um modelo

Formatados: Marcadores e numeração

epistemológico na medida em que o mesmo não aborda os caminhos e mecanismos que levam à gênese e à aprendizagem do conhecimento matemático.

Quadro 2 – Classificação das orientações curriculares dos Parâmentros Curriculares Nacionais para os Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental, segundo os componentes do conhecimento matemático propostos por Ernest

Orientações curriculares	**Afirmações e Proposições - PE**	**Provas e Raciocínios - PE**	**Problemas e Questões - PE**	**Linguagem e Simbolismo - PT**	**Visão Meta-Matemática - PT**	**técnicas, procedimentos, estratégias -**	**Estética e Valores - PT**
1. Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.					X		X
2. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico).	X			X		X	
3. Selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente.	X			X			
4. Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.	X	X		X	X	X	X
5. Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas.	X	X		X	X		
6. Estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares.				X	X		
7. Sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções.							X
8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.				X	X		X

4 Considerações finais

Embora reconheçamos que exista uma crença fortemente incorporada pelos matemáticos e educadores matemáticos de que *matemática aprende-se fazendo*, tal crença não tem garantido, na prática, que os conhecimentos matemáticos ensinados pelo professor e os conhecimentos matemáticos aprendidos pelos alunos não sejam tratados como sendo essencialmente explícitos. Uma explicação para essa aparente contradição pode ser encontrada na interpretação que, tradicionalmente, tem-se dado a tal crença, ou seja, a de que aprende-se matemática resolvendo exercícios ou problemas. Isso é, em parte, verdade. Todavia, a seguinte questão permanece, ainda, sem resposta: como ensinar os alunos a resolverem exercícios e problemas? Quanto a isso, podemos dizer que o modelo de Ernest ~~dá~~permite-nos ~~um ressigificado~~resignificar a crença de que *matemática aprende-se fazendo* ao descrever a aprendizagem matemática como sendo de natureza principalmente tácita. Em outras palavras, tal abordagem nos diz que grande parte do conhecimento matemático não pode ser ensinado nem aprendido por meio da sua transmissão explícita~~explicitação~~. ~~No entanto, apesar~~ Apesar dessa ressignificação~~,~~ ainda estamos ~~muito~~ longe ~~, ainda,~~ de compreender *como fazê-lo*.

Sobre essa questão, tanto POLANY (1983) quanto SCHÖN (1987) enfatizam que um conhecimento de natureza principalmente tácita pode ser aprendido, mas não pode ser ensinado no sentido tradicional da palavra *ensinar*, ou seja, por meio da declaração ou explicitação de um conhecimento que o professor possui. Schön, ao analisar o ensino de projetos arquitetônicos, sugere que o ato de ensinar um conhecimento tácito está estritamente vinculado às ações públicas do professor ~~quando~~ enquanto esse ~~do seu~~ enfrenta~~mento de~~ questões autênticas, ou seja, quando ~~esse~~ ele se encontra~~-se~~ envolvido numa situação que lhe exija ~~dele~~ o uso de seu conhecimento tácito. Isso significa, por exemplo, que o ato do professor de resolver, no quadro-negro, exercícios padrões ou problemas que não são, de fato, problemas para ele, ~~no quadro-negro,~~ não corresponde a esse tipo de prática. Para ilustrar a sugestão de Schön, no caso da aprendizagem de um *pensar matemático*, os alunos teriam que passar por algumas experiências que lhes permitam *ver* seu professor *pensando matematicamente*. Segundo Polanyi, para isso, é fundamental que eles se esforcem em fazer o movimento da mente daquele que estiver desempenhando tal ação (Polanyi denomina tal movimento de ~~*indwelling*~~*imersão*).

É claro que, no melhor de nosso juízo, não podemos esperar que um professor de ensino fundamental, que tenha passado por um processo de formação inicial, desde que esse tenha sido razoavelmente honesto, vá encontrar na sua sala de aula e em seus materiais, um problema ou uma questão através da qual ele possa expor a sua forma de pensar matematicamente e cuja solução possa ser proveitosamente acompanhada e apreciada por seus alunos. No entanto, acreditamos que a exploração judiciosa e criativa das diversas tentativas de solução propostas por seus alunos pode propiciar as experiências de aprendizagem que Schön sugere serem importantes. Neste caso é importante que o professor seja sensível para apreender as bases dos esforços dos alunos e para levá-los à explorar toda a extensão das conseqüências de seus raciocínios. Nos casos em que os alunos não consigam explorar por eles mesmos ou apoiar-se no professor para conseguirem explorar tais conseqüências, o professor pode se comprometer, momentaneamente, com as bases dos raciocínios dos alunos e expor a sua própria forma de pensar.

Acreditamos já estar devidamente evidenciado que há uma tendência curricular para enfatizar os componentes tácitos do conhecimento matemático e que uma tal orientação tem profundas repercussões para o ensino e a aprendizagem de matemática. Mas há um aspecto ainda não enfatizado que julgamos ser igualmente relevante e cujas repercussões na prática em sala de aula são do mesmo calibre. Trata-se do reconhecimento de que a maioria das práticas de avaliação escolar da aprendizagem matemática está baseada na suposição de que o conhecimento matemático é de natureza ou completamente explícita ou passível de explicitação em toda a sua extensão. Desta forma, fica evidente que tais práticas têm um potencial de inadequação como práticas avaliativas de um currículo que enfatiza os componentes tácitos do conhecimento matemático. Uma reflexão sobre suas experiências anteriores de avaliação da aprendizagem pode levar o professor a compreender que a dificuldade do aluno em apreender os componentes tácitos do conhecimento matemático é da mesma natureza, e talvez de intensidade similar ou superior, à dificuldade que o professor sente em apreender os conhecimentos tácitos desenvolvidos por seus alunos. Em seu ofício profissional, dificilmente o professor poderá abdicar de exercer sua faculdade de avaliar e julgar a aprendizagem dos conhecimentos de seus alunos. Para compromissar-se com uma compreensão do conhecimento matemático na linha do modelo de Ernest e exercer adequadamente o imperativo profissional de avaliar o progresso de seus alunos, o professor deverá comprometer-se tanto com o desenvolvimento de novas formas de avaliação quanto com o despertar e o sintonizar de sua sensibilidade.

Para que essa tendência curricular possa ser implementada com eficácia parece ser necessário que tanto a formação inicial, quanto a formação continuada, dos professores sofram transformações em sua natureza, em seus conteúdos curriculares e nos processos de ensino e aprendizagem. Tais transformações devem buscar sintonizar esses processos formativos com as metas de valorização dos componentes tácitos do conhecimento, com a formação do professor reflexivo e com desenvolvimento de um pensar matemático viável para os níveis de educação nos quais o professor atua ou atuará.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ERNEST, Paul. *Mathematical Knowledge and Context*, Situated Cognition and the Learning of Mathematics (Anne Watson, Ed.), Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies, 1998, Chapter 1, 13-29.

ERNEST, Paul. *Forms of Knowledge in Mathematics and Mathematics Education: Philosophical and Rhetorical Perspectives*, Educational Studies in Mathematics, Netherlands: Kluwer, 1999, 38: 67-83.

HIEBERT, James, LEFEVRE, Patricia. *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis*, (James Hiebert, ed.), Hillsdale (NJ): 1986, Chapter 1, p. 1-27.

MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental* - Matemática, Brasília: MEC/SEF, 1998.

MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio*, Parte III - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: MEC/SEMT, 1999.

NCTM. *Standards 2000 - Principles and Standards for School Mathematics*, 1998.

POLANYI, Michael. *The Tacit Dimension*, Gloucester (Mass): Peter Smith, 1983.

ROMBERG, Thomas A . *Problematic features of the school mathematics curriculum*, Handbook for Research on Curriculum (Philip W. Jackson, Ed.), New York: MacMillan, 1992, Chapter 27, 749-788.

SCHOENFELD, Alan H. *Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*, Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (D. Grouws, Ed.), New York: MacMillan, 1992, Chapter 15, 334-370.

SCHÖN, Donald A. *Educating the Reflective Practitioner*, San Francisco: Jossey-Bass, 1987.

WINBOURNE, Peter, WATSON, Anne. *Participating in learning mathematics through shared local practices in classrooms*, Situated Cognition and the Learning of Mathematics (Anne Watson, Ed.), Oxford: University of Oxford Department of Educational Studies, 1998, Chapter 7, 93-104.

~~Com isso em mente, podemos levantar os seguintes problemas curriculares decorrentes (a expressão é essa mesmo?) dessa *nova* tendência de se compreender a aprendizagem matemática:~~

~~1.Tanto a formação inicial dos professores quanto à transformação do currículo prescrito em currículo em ação precisam ser revistos após uma investigação mais aprofundada dessas questões.~~

Formatados: Marcadores e numeração

~~2.Diante da dificuldade inerente de se avaliar um conhecimento tácito, o professor de matemática precisa concientizar-se do seu papel de árbitro ou juiz da aprendizagem do aluno. Além disso, é fundamental que ele desenvolva as habilidades de comunicar seus conhecimentos tácitos e de apreender os conhecimentos tácitos dos alunos, bem como, que ele procure instrumentos adequados para avaliar esses últimos. Caso contrário, continuaremos avaliando entidades ontológicas incomensuráveis com os mesmos instrumentos. E, o resultado disso, certamente, não atenderá às nossas expectativas e nem às expectativas dos alunos.~~

***

~~As traduções de citações de trabalhos internacionais são de minha autoria. A página indicada ao final da citação corresponde ao trabalho no original~~