A GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL: CONCEPÇÕES DE PROFESSORES E DE ALUNOS.

Saddo Ag Almouloud (PUC/SP)
Ana Lúcia Manrique

Introdução

O Projeto "Estudo de fenômenos de ensino-aprendizagem de noções geométricas" desenvolvido na PUC/SP, com o patrocínio da FAPESP investiga os fatores, bem como as alternativas, que influenciam no ensino e na aprendizagem das noções geométricas nas 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental.

Esse projeto está previsto para ser desenvolvido em dois anos (2000/2001) e tem por objetivo buscar respostas para questões como:

1. *Que fenômenos estão ligados à formação de conceitos geométricos dos alunos de 5ª à 8ª série?*
2. *Quais as representações dos professores dessas séries em relação ao papel da Geometria na formação do aluno e em relação ao ensino e à aprendizagem de conceitos/habilidades geométricas?*
3. *De que forma o computador pode atuar na formação e no desenvolvimento de conceitos geométricos?*

Apresentaremos, neste texto, os fundamentos metodológicos da investigação e os resultados do estudo diagnóstico cujo objetivo é a identificação de fatores que influenciam no ensino e na aprendizagem da Geometria.

Fundamentos Metodológicos do projeto

O grupo de pesquisa é composto por professores-pesquisadores da graduação e pós-graduação, alunos do programa de pós-graduação em Educação Matemática e professores da rede estadual de Ensino Fundamental. Esses últimos atuam essencialmente em escolas das Delegacias de Ensino de Guarulhos, de Caieiras e da região central do município de São Paulo.

No intuito de buscar as respostas para as questões acima colocadas:

- diagnosticamos por meio de testes, entrevistas individuais e de observação, os fatores que influenciam o ensino-aprendizagem da Geometria e elaboramos atividades a serem trabalhadas com os alunos dessas séries, com vistas a desenvolver conceitos e habilidades geométricas (conceito, construção geométrica, demonstração, raciocínio...);

- oferecemos aos professores envolvidos uma oportunidade de se capacitarem em conteúdos geométricos, métodos ativos e recursos didáticos por meio de discussões em grupo a respeito do ensino-aprendizagem da Geometria;

- permeando todo o trabalho com atividades desenvolvidas no computador a partir de programas educacionais.

O grupo de pesquisa reúne-se semanalmente para estudos, seminários, definição de estratégias e tarefas. Alguns integrantes atuam diretamente na formação de dois grupos de professores da rede estadual, encontrando-se uma vez por semana para estudar Geometria.

Iniciamos o trabalho com a aplicação de um questionário que tem por objetivo diagnosticar a concepção que esses professores tinham tanto de conceitos geométricos, quanto de sua postura em sala de aula. Para os encontros, elaboramos tarefas em que o professor revê seus conhecimentos sobre o assunto manipulando materiais concretos, instrumentos de desenho, construindo novos materiais e utilizando os programas Cabri Géomètre II e Logo. Paralelamente, aplicamos um teste diagnóstico em alunos de 6ª, 7ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e da 1ª série do Ensino Médio da rede estadual, nas escolas em que esses professores lecionam com o intuito de verificar a concepção dos alunos a respeito de conceitos geométricos e dificuldades que apresentam em relação a esses conceitos.

Organizamos também algumas visitas aos professores da escola da região central de São Paulo no intuito de acompanhar as práticas docentes a fim de compará-las às práticas que se forjarão no decurso do projeto.

Para 2001, pretendemos que os professores desenvolvam seqüências didáticas para o ensino de Geometria nas séries em que lecionam, ao mesmo tempo que continuam suas capacitações.

A capacitação dos professores está sendo feita sob três aspectos: conteúdo no que diz respeito à Geometria, formação didática e uma análise crítica da prática de ensino, observando, orientando e analisando as ações perante seus alunos.

Após a análise das concepções dos professores do Ensino Fundamental e de seus alunos, desenvolvemos uma série de atividades no intuito de proporcionar a esses professores condições favoráveis a uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria. O trabalho desenvolvido junto com os professores está baseado nos cinco níveis de compreensão da Geometria de Van Hiele:

- **Nível básico ou visualização:** perceber o espaço apenas como algo que existe em torno deles. As figuras geométricas são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades.
- **Nível de análise**: Iniciar uma análise dos conceitos geométricos, a partir de observações e experiências, começar a diferenciar as características das figuras. Nas fases de institucionalização, os professores são levados a fazer generalizações para algumas figuras já conhecidas por eles, e explicar as relações entre as propriedades, as inter-relações entre as figuras e a definir os objetos geométricos.
- **Nível de dedução formal:** estabelecer inter-relações de propriedades tanto das próprias figuras, como destas em relação às outras figuras, deduzir propriedades de uma figura e reconhecer classes de figuras, isto é, conseguir entender a inclusão de classes.
- **Nível de dedução formal:** estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. No decorrer do trabalho desenvolvido junto com os professores, insistimos sobre a importância e o papel dos axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstração em Geometria. Nesse nível, o aluno deve ser capaz de construir demonstrações e não apenas memorizá-las.
- **Nível do rigor**: Tornar os professores capazes de trabalhar em vários sistemas axiomáticos.

Levamos também em consideração, a teoria dos registros de representação semiótica de Duval(1995), enfatizando os seguintes aspectos:

- A coordenação de diferentes registros de representação (a escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) ligados ao tratamento dos conhecimentos;

- As figuras como um suporte intuitivo importante na resolução de um problema de Geometria, pois elas dão uma visão maior do que o enunciado, e permitem explorar, antecipar, conjeturar;
- Leitura e interpretação das definições e propriedades matemáticas, enfatizando o fato de que as informações contidas no enunciado obedecem às regras matemáticas precisas. Ao compreender seu senso global, o aluno será capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações entre elas;
- Constituição de uma rede semântica dos objetos matemáticos e dos teoremas solicitados por uma demonstração associada ao registro de representação em uma rede de propriedades lógicas.

Além dessas duas fontes, a teoria das situações de Guy Brousseau (Brousseau, 1986) está norteando a construção, a análise e a aplicação das situações-problema propostas para a capacitação dos professores do Ensino Fundamental. A teoria das situações supõe, de fato, que os conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos através das atividades que eles permitem realizar, ou então através dos problemas que permitem resolver. A Matemática é, antes de tudo, uma atividade que se realiza em situação e contra um meio. Além disso, trata-se de uma atividade estruturada, na qual se pode destacar diferentes fases: ação, formulação e validação, bem como a devolução e a institucionalização.

As diferentes atividades desenvolvidas foram estudadas e discutidas em grupos pelos professores.

Os questionários aplicados aos alunos

Os questionários foram elaborados com o objetivo de obter uma visão da realidade dos alunos sob a responsabilidade dos professores envolvidos no projeto de pesquisa.

Considerando os conteúdos do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental, foram elaboradas questões propostas a alunos da série seguinte. Por exemplo, foi realizado um estudo prévio de quais conteúdos poderiam ser trabalhados na 7ª série para verificar se os alunos da 8ª série teriam esses conhecimentos. O estudo foi baseado nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, na Proposta Curricular do Ensino Fundamental e nas Experiências Matemáticas da 7ª série da Secretaria de Estado da Educação de São

Paulo e em alguns livros didáticos. Foram selecionados os seguintes conteúdos: estudo da circunferência, do triângulo retângulo, dos quadriláteros, do Teorema de Tales e de simetria axial. Para as demais séries, o processo foi análogo.

Em todos os questionários, a primeira página objetivava obter informações que caracterizassem os alunos que responderam as questões.

Os professores participantes do projeto ofereceram suas escolas para a aplicação dos questionários. Os quatro questionários foram aplicados para as seguintes séries: 6^a, 7^a e 8^a séries do Ensino Fundamental e 1^a série do Ensino Médio. Foram programadas visitas em cinco escolas de diferentes localizações: na região central da capital de São Paulo, em Francisco Morato e em Guarulhos.

Para efeito de simbologia, nos quadros a seguir, utiliza-se **S.P**. para a escola da região central da capital de São Paulo, **F.M**. para a de Francisco Morato, **G**. para as da região de Guarulhos.

O Quadro 1 abaixo apresenta a distribuição das séries envolvidas por escola, a quantidade de classes e o número de alunos em que foram aplicados os referidos questionários.

ESCOLAS	ENSINO FUNDAMENTAL						ENSINO MÉDIO		Total	
	6^a		7^a		8^a		1^a			
	n^o de salas	n^o de alunos	n^o de salas	n^o de alunos	n^o de salas	n^o de alunos	n^o de salas	n^o de alunos		
S.P.	01	38	01	29	01	31	01	20	04	118
F.M.	-	-	02	64	01	27	-	-	03	91
G.	-	-	01	33	01	25	-	-	02	58
G.	01	27	01	23	01	31	-	-	03	81
G.	01	45	01	38	-	-	02	58	04	141
Total	03	110	06	187	04	114	03	78	16	489

Quadro 1

O Quadro 1 revela que a amostra relacionada foi significativa por contemplar quase 500 alunos, sendo que, tem-se mais de 100 alunos em cada série do Ensino Fundamental. Apenas a 1^a série do Ensino Médio não atingiu uma centena de alunos.

O Quadro 2 apresenta a distribuição dos alunos por sexo, série e escola.

Escolas	ENSINO FUNDAMENTAL						ENSINO MÉDIO	
	6ª		7ª		8ª		1ª	
	fem.	masc.	fem.	masc.	fem.	masc.	fem.	masc.
S.P.	20	18	17	12	16	15	14	06
F.M.	-	-	29	35	18	09	-	-
G.	-	-	18	15	13	12	-	-
G.	10	17	12	11	10	20	-	-
G.	25	20	21	17	-	-	34	24
Total	55	55	97	90	57	56	48	30

Quadro 2

Observa-se uma freqüência maior do sexo feminino em cada série, mas não sendo significativa mostrando que há um equilíbrio entre alunos e alunas em cada sala pesquisada.

O Quadro 3 refere-se à idade dos alunos investigados por série.

Série	IDADE DOS ALUNOS												Total
	11	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*N.R.*	
6ª	07	**50**	**19**	17	07	02	01	-	-	-	-	-	07	110
7ª		09	**103**	**41**	02	04	02	-	-	-	-	-	02	187
8ª			04	**51**	**39**	15	02	-	-	-	-	-	03	114
1ª			01	05	**29**	**24**	10	06		01	01	01	-	78

Quadro 3

Este quadro mostra, com os números que estão em negrito, que existe uma concentração maior de alunos na faixa etária adequada à série. Entretanto, chama a atenção a existência de um número elevado de alunos além da faixa etária prevista para a série em questão. Por exemplo, na 6ª série temos 27 alunos de um total de 110 que estão com a idade acima das previstas que são 12 e 13 anos. Qual seria o motivo do atraso escolar desses alunos? A repetência em anos anteriores? Abandono e posterior retomada dos estudos?

Uma das informações solicitadas perguntava se o aluno estava cursando aquela série pela primeira vez. A grande maioria respondeu que sim, apenas a 6ª série apresentou 16,66% dos alunos com reprovação nessa série e as demais séries índices abaixo de 3%.

Uma outra informação requerida do aluno foi se ele possui ou não um computador em sua residência. Obteve-se no Quadro 4 a distribuição por escola e série do total de alunos que possuem computador.

ESCOLAS	ENSINO FUNDAMENTAL						E. MÉDIO			
	6ª		7ª		8ª		1ª		TOTAL	
	sim	total	sim	total	sim	total	sim	total	sim	total
CC	13	38	09	29	14	31	06	20	42	118
F.M.	-	-	07	64	02	27	-	-	09	91
B	-	-	01	33	0	25	-	-	01	58
P	03	27	00	23	0	31	-	-	03	81
G	04	45	01	388	-	-	07	58	12	141
TOTAL	20	110	18	187	16	114	13	78	67	489

Quadro 4

Neste quadro se verifica que a grande maioria dos alunos pesquisada da escola pública não possui computador em casa. Observa-se também que são os alunos da região central da capital que têm maior acesso a um computador.

Analisadas essas informações pessoais obtém-se uma caracterização dos alunos dos professores participantes do projeto em questão. O próximo passo é verificar o nível de conhecimento matemático em Geometria desses alunos. A análise será realizada pelas respostas obtidas nos questionários aplicados a cada série. Neste texto discutiremos alguns dos resultados que achamos mais relevantes.

Dos 110 alunos de 6ª séries que responderam ao questionário, apenas dois alunos acertaram a primeira questão que questionava quantos segmentos poderiam unir os pontos dados. Aproximadamente metade dos alunos ligou os pontos dados fazendo um contorno de uma figura de cinco lados.

Dos 110 alunos participantes, 96 responderam a questão 3, porém 42 alunos pintaram o trapézio considerando-o como um paralelogramo.

A indicação das alturas solicitada na questão 4 não foi respondida e, em relação aos nomes dos polígonos, constatou-se algo relevante, o triângulo com um dos lados na horizontal foi denominado triângulo, enquanto que sem esse apoio não foi considerado triângulo (foi chamado de esquadro por certos alunos).

O questionário apresentado para 7ª série (187 alunos) continha todas as questões do tipo múltipla escolha. Os alunos simplesmente assinalaram uma das alternativas sem efetuar qualquer cálculo que justificasse o caminho que usou para concluir a escolha. Portanto, ficou-se sem uma noção das dificuldades dos alunos frente a esses conteúdos.

A questão 5 tratou da aplicação do Teorema de Thales com diversos níveis de dificuldades e variadas posições para as retas. Observou-se que os alunos tentaram, em seus rascunhos, montar as proporções, mas a grande maioria ou errou na ordem ou nos cálculos da resolução. Alguns alunos não se utilizaram a igualdade para relacionar as razões encontradas, fazendo uso do sinal de multiplicação entre elas.

A questão 6 sugeria uma experimentação semelhante àquela realizada por Thales. Os poucos alunos que tentaram solucioná-la manifestaram o seguinte raciocínio: se a sombra projetada tem uma diferença de 2 metros em relação à altura do poste considerado, então o aluno conclui que do mesmo modo o prédio teria uma altura com 2 metros a mais do que sua sombra.

Várias pesquisas (cf. Andraus Haruna, 2000) mostraram que os problemas relativos ao ensino-aprendizagem do teorema de Thales estão relacionados com sua forma de expressão envolvendo os aspectos da percepção, das significações e do contexto. Por exemplo, Cordier, ao analisar a aplicação do teorema de Thales, detectou que a fonte dos desvios cognitivos está relacionada com a propriedade da tipicalidade das representações cognitivas. Uma representação típica pode ser criada como um modelo pelo sujeito e o problema está relacionado, muitas vezes, no fato de que, diante de um modelo, os alunos se atêm mais nas múltiplas propriedades figurativas dessas configurações do que na abstração das propriedades estritamente necessárias à aplicação do teorema. Os resultados das suas experimentações mostram que as representações típicas com relação ao teorema de Thales são instaladas durante a fase de aquisição desta noção e estão ligadas, de um lado, às figuras geométricas e, de outro lado, às projeções.

A questão 10 do questionário da 1ª série do Ensino Médio foi a que mais estimulou o aluno a solucionar a discussão proposta, pois apresenta uma situação comum de sala de aula em que o aluno dialoga com o professor e seus colegas. Muitos alunos responderam essa questão parecendo se sentir integrante dessa situação.

A análise dos diferentes questionários apresentados evidenciou que a grande maioria dos alunos deixou de responder as questões propostas.

Outro fato que merece uma reflexão posterior sobre o ensino da Geometria, foi o desconhecimento por parte dos alunos de alguns termos matemáticos como: hipotenusa, cateto, argumente, aresta, triângulo retângulo e outros.

Pode-se concluir também, que nas questões de múltiplas escolhas grande parte dos alunos assinalou uma das alternativas mas não apresentou indícios de qualquer raciocínio.

Questões envolvendo uma situação-problema foram melhores aceitas, provocando uma tentativa de solução por parte dos alunos. Talvez porque a linguagem utilizada não tem o rigor tradicional formal e propõe uma situação de sala de aula do dia-a-dia do aluno, o que fez com que o aluno se sentisse à vontade em dar a sua opinião para tentar resolver o problema.

A aplicação desses questionários permitiu obter uma visão da realidade dos alunos sob a responsabilidade dos professores participantes da formação em Geometria, e revelou a necessidade de uma formação em Matemática para esses alunos, dando mais ênfase à Geometria, para que eles se sintam em condições de reverter esse quadro apresentado.

Representações dos professores do Ensino Fundamental

O objetivo do estudo é analisar as representações dos professores participantes do projeto em relação ao papel da Geometria na formação do aluno, ao ensino e à aprendizagem de conceitos/habilidades geométricos.

Levando em consideração nosso objetivo, elaboramos um Questionário que foi respondido individualmente por 24 professores da rede pública e particular do ensino fundamental paulista.

O questionário está divido em cinco partes: a primeira parte, contendo dados do entrevistado, procurou verificar a formação acadêmica; a segunda parte: Acesso à Informação por parte do professor; a terceira parte versa sobre a metodologia e a prática desses professores em que se apóiam para trabalhar; a quarta parte trata da opinião dos professores sobre a importância da Geometria e sobre as dificuldades percebidas por parte de seus alunos e as estratégias a usar para saná-las; a quinta parte trata de resolução de problemas em geometria e da análise didática dos erros dos alunos.

Neste questionário, como um todo, estamos interessados em verificar o que os professores pensam sobre o seu próprio desempenho profissional, no intuito de subsidiarmos o seu trabalho em classe e conhecer suas fontes de pesquisa em relação à Geometria.

Neste artigo, apresentaremos os resultados que achamos mais relevantes para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

Análise das concepções dos professores

Foram selecionadas algumas questões (cf. anexo para a lista das variáveis selecionadas) para se realizar uma análise hierárquica de similaridade que permite interpretar informações em termos de tipologia e de semelhança. A análise implicativa e a hierárquica implicativa fornecem ligações entre as variáveis estatísticas, bem como estruturas dinâmicas e orientadoras de comportamentos.

Com a aplicação do software CHIC*, obtemos a árvore de similaridade que está a seguir. Na árvore de similaridade podemos perceber três blocos de variáveis.

- Primeiro bloco: envolvendo as variáveis 1, 30, 44, 54, 60, 3, 35, 21, 38, 39, 51, 23, 36, 26 e 48.

  Este bloco ainda pode ser percebido como a união de três outros blocos.

  - Turma da sexta-feira que concorda que o professor deve conferir aos seus alunos maior autonomia, ao invés de ter uma atuação mais diretiva; e que não se deve abandonar, em nenhuma fase do Ensino Fundamental, as verificações empíricas de propriedades e relações, além de se estimular o trabalho com algumas demonstrações simples. E discorda que a demonstração em Geometria não tem utilidade para a vida prática de nossos alunos até a adolescência, devendo, portanto, ser retirada dos programas do ensino fundamental. Seu estudo dever

* CHIC é um software de tratamento de dados estatísticos multidimensionais. Ele foi desenvolvido no “Institut de Recherche mathématique de Rennes (IRMAR)” da Universidade de Rennes 1.

ser adiado para as séries finais do Ensino Médio, quando o aluno terá mais maturidade.

- Sexo feminino que discorda que os conteúdos devem ser cumpridos integralmente, em qualquer circunstância, já que são a essência do currículo. E, enquanto discorda que o uso de régua e compasso é fundamental para o aprendizado da Geometria, concorda que um dos grandes problemas das escolas é que elas não levam em conta os interesses dos alunos. Contrapondo, concorda que o trabalho com a Geometria possibilita ao aluno realizar investigações, resolver problemas, criar estratégias, justificá-las e argumentar sobre elas; e que trabalho com a Geometria predispõe o aluno a ter interesse em comparar diferentes métodos e processos na resolução de um problema, analisando semelhanças e diferenças entre eles e justificando-as.
- Este terceiro bloco está em oposição aos outros dois blocos, pois discorda que um dos grandes problemas das escolas é que elas não levam em conta os interesses dos alunos e concorda que o uso de régua e compasso é fundamental para o aprendizado da Geometria. Além disso, discorda que a participação ativa dos alunos leva os professores a perderem o controle e concorda que a Geometria com "justificação" no Ensino Fundamental recebe pouca atenção por parte dos professores em relação a outros temas matemáticos.

➢ Segundo bloco: envolvendo as variáveis 2, 32, 27, 12, 19, 20, 17, 4, 42, 5, 6, 10 e 9.

Este bloco pode ser dividido em outros dois blocos.

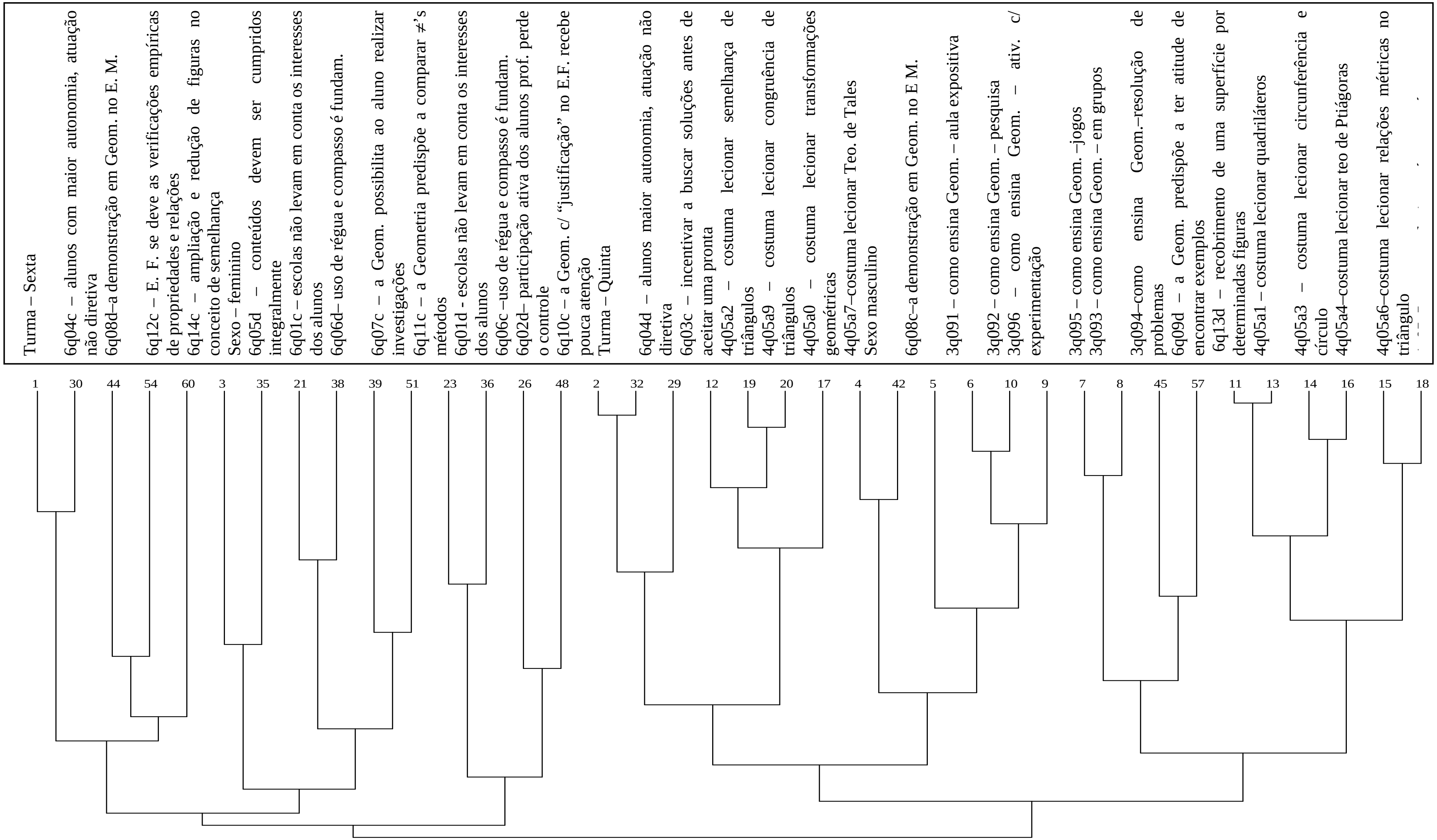
- Turma da quinta-feira que discorda que o professor deve conferir aos seus alunos maior autonomia, ao invés de ter uma atuação mais diretiva, ao mesmo tempo, concorda que, em sala de aula, o aluno deve ser incentivado a buscar soluções antes de aceitar uma pronta. Os conteúdos que costuma lecionar são congruência de triângulos, transformações geométricas, semelhança de triângulos e Teorema de Tales.
- Sexo masculino que concorda que a demonstração em Geometria não tem utilidade para a vida prática de nossos alunos até a adolescência, devendo, portanto, ser retirada dos programas do ensino fundamental. Seu estudo dever ser adiado para as séries finais do Ensino Médio, quando o aluno terá mais

maturidade. Para ensinar Geometria faz uso de pesquisa, atividade com experimentação, jogos e aula expositiva.

- Terceiro bloco: envolvendo as variáveis 7, 8, 45, 57, 11, 13, 14, 16, 15 e 18.

  Este bloco está complementando os outros dois grandes blocos e mostrando características comuns aos sujeitos pesquisados. Apresenta dois blocos que estão em oposição.

  - Para ensinar Geometria faz uso de grupos e de resolução de problemas. Entretanto, discorda que o trabalho com a Geometria predispõe o aluno a ter uma atitude de encontrar exemplos e contra-exemplos, formular hipóteses e comprovar experimentalmente; e, que a exploração da composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans, poliminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, o que facilita o cálculo de áreas.
  - Os conteúdos que leciona são quadriláteros, circunferência e círculo, Pitágoras, relações métricas no triângulo retângulo, área e perímetro e triângulo.



Arbre de similarité : C:\usuarios\PROJETO\quest prof\arq2 chic.csv

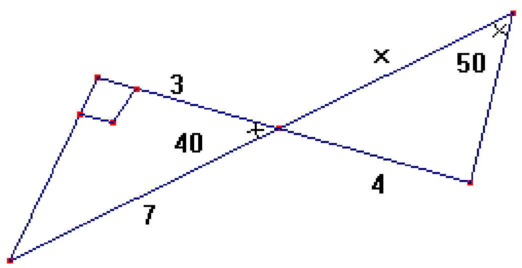
Análise das questões relativas aos conteúdos

Essas questões foram propostas no intuito de analisar as reflexões didáticas dos professores sobre as estratégias de resolução e os erros dos alunos em Geometria.

Uma primeira análise das questões relativas aos conteúdos matemáticos é proposta e discutida a seguir.

Situação 1

Suponha que um professor, em sua sala de aula, "coloque" a seguinte dúvida para os alunos:



Qual é o valor de x?

a) Você acha que o seu aluno, de imediato, irá responder que.....
b) Por quê?
c) Liste pelo menos três dificuldades que você considera mais comuns entre seus alunos quando estão em situações como esta.
d) Na sua opinião, quais as causas dessas dificuldades?
e) Qual a importância da figura relacionada aos dados do problema para os alunos?
f) E como você resolveria esse exercício para os alunos?
g) Você considera o problema acima: ( ) bem formulado ( ) mal formulado

   Sugira uma reformulação:

Dezenove dos 24 professores responderam que seus alunos diriam que não saberiam responder ou não conseguiriam resolver a questão. Eles alegaram que isso seria decorrência de não terem um exercício-exemplo para se apoiarem, de não entenderem a figura, por falta de conhecimento e por ser difícil começar e se recusariam a pensar no problema.

As dificuldades elencadas pelos professores para a resolução deste item seriam relativas a conteúdos, tais como: congruência de ângulos, semelhança de triângulos, regra de três, proporcionalidade, Teorema de Tales, ângulo e lados do triângulo; a atitudes de estudo e pesquisa, tais como: pensar, abstrair, calcular, interpretar, raciocinar; e a sentimentos perante a Matemática, tais como: medo, prática, insegurança e interesse. As causas dessas dificuldades estão relacionadas, conforme respostas dadas pelos professores pesquisados, à falta de pré-requisito, conhecimento, conteúdo, interesse, hábito, estudo, trabalho com material concreto, além de colocarem o fato deles não terem trabalhado com a Geometria.

A pesquisa de Belchior (1994) citada em Ponte et al (1998) constatou que os participantes (futuros professores de matemática) tinham piores resultados nos conteúdos de semelhança e congruência.

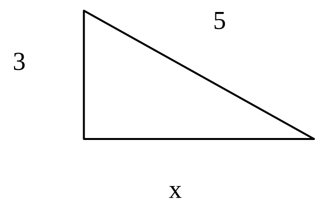
A figura foi considerada importante para a resolução do problema por ajudar na visualização dos dados. No item que solicitava que o professor resolvesse o problema apenas 8 o resolveram corretamente e um apenas indicou os conteúdos que seriam necessários (semelhança de triângulos, paralelismo de retas e proporcionalidade). Em relação à formulação do problema tivemos 11 professores assinalando que o problema estava bem formulado, 5 mal formulado e 8 em branco. Como sugestões de reformulação obtivemos que deveriam ser dadas outras informações para que os alunos pudessem responder utilizando Pitágoras e a separação dos triângulos.

A visualização que foi apontada como uma das maneiras de ajudar na resolução de problemas está associada normalmente à aprendizagem da Geometria (Ponte et al., 1998). Algumas pesquisas sugerem que as competências do domínio espacial sejam desenvolvidas em estágios anteriores em relação ao atualmente desenvolvido. Gordo (citado em Ponte et al., 1998) afirma que é fundamental este desenvolvimento para a melhoria do desempenho matemático. Mas Ponte et al (1998) alerta que este é um assunto com poucas investigações até o presente.

Situação 2

Foi colocado o seguinte problema aos alunos:

> *O que se pode dizer da medida do lado x do triângulo, sabendo-se que todas as medidas estão na mesma unidade?*



Um dos alunos deu a seguinte resposta: $x = 4$.

a) Você considera certa a resposta do aluno?

b) Como você acha que o aluno desenvolveu a questão?

c) Se você considera que o aluno errou em sua resposta, qual seria a certa? Justifique sua resposta.

Obtivemos 16 professores dos 24 respondentes considerando correta a resposta do aluno e apenas 6 colocaram que não poderiam considerar correta pois não existia a indicação de um ângulo reto no triângulo. O Teorema de Pitágoras foi o conteúdo apontado por 17 professores como sendo o utilizado na resolução desse problema pelos alunos. Dois professores afirmaram que os alunos resolveriam tirando a média das medidas dos lados fornecidas pelo problema ($(3 + 5)/2 = 8/2 = 4$). E apenas 3 professores colocaram que não poderiam resolver referenciando o não fornecimento dos ângulos do triângulo.

Situação 3

Sabe-se de um quadrilátero que ele tem três lados de mesmo comprimento.

Henrique diz: *Basta que suas diagonais se interceptem nos seus pontos médios para que ele seja um losango.*

Carlos Magalhães argumenta: *Basta que tivesse um ângulo reto para que ele seja um quadrado.*

Malan: *Basta que o quarto lado seja o dobro de um dos três lados para que ele seja um trapézio.*

a) Quem acertou?

b) Quem errou?

c) Por que acertou?

d) Por que erraram?

Henrique e Malan acertaram em suas conclusões e Carlos Magalhães errou, estas seriam as respostas corretas. Obtivemos 3 professores colocando que Henrique tenha acertado alegando que um losango tem todos os lados de medidas iguais; 11 que Malan acertou, dos professores que justificaram sua resposta, que seria o único caso que daria certo; e 10 que Carlos Magalhães errou com justificativas do tipo: poderia ser trapézio ou retângulo e que não é só o quadrado que tem um ângulo reto.

Neste problema proposto identificamos muitas dificuldades em sua resolução e uma das hipóteses que estamos avaliando ser causa da não resolução do exercício seria o não fornecimento de figuras. Esta hipótese está sendo considerada porque os apontamentos dos professores na resolução não indicavam, na maioria, figuras que ajudassem a visualização das possibilidades. Esta dificuldade também foi detectada na próxima questão, mas como o conteúdo era de conhecimento dos professores teve um menor impacto.

Outra dificuldade que apareceu na resolução desse problema foi a falta da competência de demonstração que é uma outra faceta do raciocínio matemático avançado. Alguns estudos realizados procuram mostrar a utilidade e a necessidade das demonstrações (Saraiva (1992), Junqueira (1995), citados em Ponte et al., 1998).4)

Situação 5: O professor propôs o seguinte problema a seus alunos:

Construa um triângulo ABC tal que AB = 6 cm, $\hat{A} = 33^o$ $\hat{B} = 56^o$. *O* triângulo ABC é retângulo?

E obteve as seguintes respostas:

- Francisco: *Eu medi C com meu transferidor, achei 90*^{o} .
- Sílvia: *Concordo com você, Francisco. Verifiquei com meu esquadro.*
- Conceição: *Não concordo. Tenho certeza que o ângulo C não é reto: sua medida é 91*^{o}.

  Quem acertou? Por quê?

Essa questão pareceu ser a mais simples para os professores pois 17 professores dos 24 respondentes a acertaram, e justificaram suas respostas pela utilização do fato da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180^o e por isso o ângulo deveria medir 91^o.

Situação 6

Wagner cita o seguinte enunciado: *Se dois triângulos ABC e A'B'C' são tais que Â = Â', AB = A'B' e BC = B'C' então, esses triângulos são congruentes.*

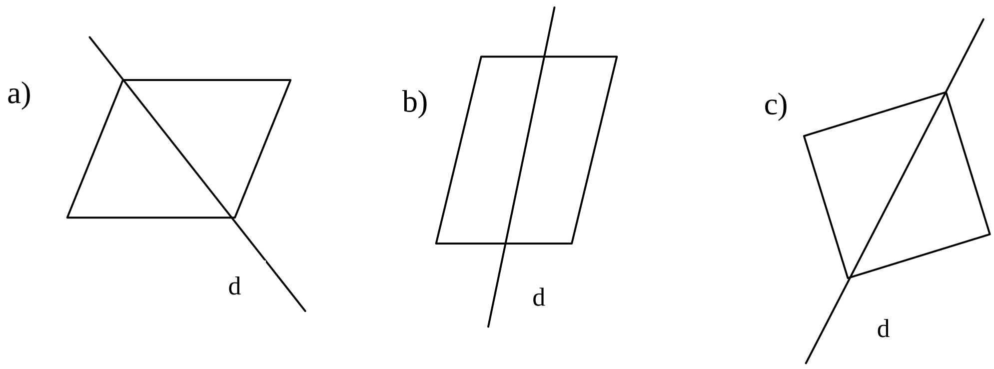
O teorema de Wagner é verdadeiro? Por quê?

Essa questão fez transparecer a confusão que os professores cometem com os casos de congruência de triângulos. Dos 24 professores que responderam o questionário, apenas 15 responderam que o teorema era verdadeiro (resposta falsa).

Situação 6

Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando sua resposta.

A reta d não é eixo de simetria da figura desenhada.



A grande maioria dos professores não percebeu que existia a palavra *não* antes de eixo de simetria fazendo com que dessem as respostas trocadas, ou seja, consideraram verdadeira quando era falsa a afirmação. As justificativas foram que a reta dividia a figura em partes iguais, outros que as partes eram iguais quando sobrepostas, e outros fizeram referência à falta de medidas de ângulos.

Julgamos que, nesta questão, a visualização induziu os professores a justificar suas afirmações apoiando-se na apreensão perceptiva da figura. As respostas desses professores podem ter sua origem nos seguintes fatores já detectados por vários pesquisadores sobre o ensino-aprendizagem da Geometria:

- As figuras formam um suporte intuitivo importante na resolução de um problema de Geometria, pois dão uma visão maior do que o enunciado, e permitem explorar, antecipar. Mas, nem sempre facilitam "ver" sobre a figura as relações ou as propriedades em relação às hipóteses dadas as quais correspondem à solução procurada (Duval, 1995). A figura, como suporte das hipóteses num problema que envolve demonstração, pode ser um obstáculo ao aluno, pois ele pode abandonar ou inserir hipóteses de acordo com o desenho, pode construir figuras particulares.

- Os alunos acham inútil ou às vezes absurdo terem de demonstrar uma propriedade que se “vê” sobre a figura.

Pesquisas apontam para o desempenho dos participantes situarem em um plano bastante elementar do pensamento geométrico em relação aos níveis de van Hiele (Carmo Belchior, 1994, citado em Ponte et al, 1998).

Conclusão

Os dados obtidos nesses questionários revelaram uma certa visão da realidade dos alunos sob a responsabilidade dos professores pesquisados, e revelou também a necessidade de uma formação em Geometria para esses professores. Esses resultados nortearam nossas hipóteses quanto às escolhas de conteúdos geométricos e quanto às variáveis didáticas a levar em consideração na capacitação dos professores do Ensino Fundamental envolvidos no projeto, e na construção de situações-problema para o ensino-aprendizagem de conceitos geométricos.

Após a análise das concepções dos professores do Ensino Fundamental e de seus alunos, desenvolvemos uma série de atividades no intuito de proporcionar a esses professores condições favoráveis a uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria. Os resultados dessa parte da pesquisa estão em andamento e farão objeto de outras publicações.

Bibliografia

ANDRAUS HARUNA, N. C., (2000). *O teorema de Thales: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo: PUC/SP

BALACHEFF, N., (1982) Preuve et démonstration en mathématiques au collège. *Recherches en didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage Grenoble, v. 3.3, p.261-304.

BALACHEFF, N., (1977). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, v.18, n.2, Mai 1977, p.147-176,1987.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO., (1998). *Parâmetros curriculares nacionais:*

*Ensino Fundamental - Matemática***.** Brasília: MEC, SEF.

BROUSSEAU, G., (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.7.2, p.33-115.

CORDIER, F., CORDIER, J., (1991). L´application du théorème de Thalès. Um exemplo du rôle des représentations typiques comme biais cognitifs. *Recherche em Didactique des* Mathématiques.Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 11.1, p.45-64.

DUVAL, Raymond., (1995), *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

SAEB., (1995). *Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* Secretaria de Desenvolvimento, Inovação e Avaliação Educacional, Instituto Nacional de Avaliação de Estudos e Pesquisas Educacionais, Brasília.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL., (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: MEC, SEF.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO., (1996). *Experiências Matemáticas: 7ª série*. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1996.

VAN HIELE, P., (1980). Levels of Thinking: How to meet them, How to avoid them, paper apresentado no 58º Encontro Anual do NCTM, Seattle.

VAN HIELE, P., (1986). *Structure and insight: to Theory of mathematics Education* Academic Press inc., London.

PONTE, J.P. ET ALL, (1998*). Investigação em educação matemática: implicações curriculares*. Ciências da Educação, v. 22. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

ANEXO: Lista de variáveis estatísticas selecionadas

1. Turma – Sexta-feira; 2. Turma – Quinta-feira; 3. Sexo feminino; 4. Sexo masculino.
   De que forma ensina Geometria em sala de aula?

5. aula expositiva; 6. pesquisa; 7. em grupos; 8. resolução de problemas; 9. jogos;

10. atividade com experimentação; Quais conteúdos costuma lecionar?

11. Quadriláteros; 12. Semelhança de triângulos; 13. Circunferência e Círculo;

14. Teorema de Pitágoras; 15. Área e Perímetro; 16. Relações métricas no triângulo;

17. Teorema de Tales; 18. Triângulo; 19. Congruência de triângulos; 20. Transformações geométricas;

Afirmações para os professores se posicionarem:

21. Concorda - Uns dos grandes problemas das escolas e que não levam em conta os interesses dos alunos.

23. Discorda - Uns dos grandes problemas das escolas e que não levam em conta os interesses dos alunos.

26. Discorda - A participação ativa dos alunos leva os professores a perderem o controle sobre a classe.

27. Concorda - Em sala de aula, o aluno deve se incentivado a buscar soluções antes de aceitar uma pronta.

30. Concorda - O professor deve conferir aos seus alunos maior autonomia, ao invés de ter uma atuação mais diretiva.

32. Discorda - O professor deve conferir aos seus alunos maior autonomia, ao invés de ter uma atuação mais diretiva.

35. Discorda – Os conteúdos devem ser cumpridos integralmente, em qualquer circunstância, já que são a essência do currículo.

36. Concorda – O uso de régua e compasso é fundamental para o aprendizado da Geometria.

38. Discorda – O uso de régua e compasso é fundamental para o aprendizado da Geometria.

39. Concorda – O trabalho com a Geometria possibilita ao aluno realizar investigações, resolver problemas, criar estratégias, justificá-las e argumentar sobre elas.

42. Concorda – A demonstração em Geometria deve ser estudada nas séries finais do Ensino Médio, quando o aluno terá mais maturidade.

44. Discorda – A demonstração em Geometria deve ser estudada nas séries finais do Ensino Médio, quando o aluno terá mais maturidade.
45. Concorda – O trabalho com a Geometria predispõe o aluno a ter uma atitude de encontrar exemplos e contra-exemplos, formular hipóteses e comprovar experimentalmente.
48. Concorda – A Geometria com "justificação" no Ensino Fundamental recebe pouca atenção por parte dos professores em relação a outros temas matemáticos.
51. Concorda – O trabalho com a Geometria predispõe o aluno a ter interesse em comparar diferentes métodos e processos na resolução de um problema, analisando semelhanças e diferenças entre eles e justificando-as.
54. Concorda – Não se deve abandonar, em nenhuma fase do Ensino Fundamental, as verificações empíricas de propriedades e relações, além de se estimular o trabalho com algumas demonstrações simples.
57. Concorda - A exploração da composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrans, poliminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, o que facilita o cálculo de áreas.
60. Concorda – O trabalho com ampliação e redução de figuras pode ser um bom ponto de apoio à construção do conceito de semelhança.