

## INTERPRETANDO E CONSTRUINDO GRÁFICOS

Gilda Lisbôa Guimarães

Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Antônio Roazzi

Este estudo teve como objetivo investigar a compreensão da leitura/interpretação de gráficos de barra, a construção desse tipo de gráfico a partir de dados apresentados em tabelas e a relação entre interpretação e construção.

Estudos atuais (Leinhardt, Zaslavsky, e Stein, (1990); Mevarech e Kramarsky, 1997) vêm mostrando que os gráficos são um importante recurso para a resolução de problemas do cotidiano e é preciso que os alunos tenham clareza que interpretar gráficos refere-se à habilidade de ler, ou seja, de extrair sentido dos dados e, que construir um gráfico refere-se a geração de algo novo que exige a seleção de dados, de descritores, de escalas e do tipo de representação mais adequado. Nesse sentido, construir é qualitativamente diferente de interpretar. Entretanto, ambas as situações, interpretação e construção de gráficos, exigem dos sujeitos um conhecimento sobre gráficos.

Leinhardt et al (1990) buscaram investigar quais são as ações e os significados associados com o trabalho com gráficos e funções e concluíram que a maioria das ações relacionadas a gráficos e funções podem ser classificadas em interpretação e construção e essas não são categorias mutuamente exclusivas. Esses argumentam, ainda, que a maioria dos estudos investigam questões de interpretação. Os autores analisaram interpretação e construção a partir de duas dimensões: local para global e quantitativa para qualitativa.

Para discutir a interpretação local / global é preciso considerar se o foco de atenção busca um ponto no gráfico ou uma análise mais global. Vários autores (Bell e Janvier, 1981; Kerslake, 1981; Preece, 1983) argumentam que existe uma ênfase desproporcional no currículo em relação as questões que envolvem interpretações locais ou pontuais. Schoenfeld, Smith e Arcavi, in press; Stein, Baxter e Leinhardt, in press; Yerushalmy, 1988 argumentam que tal enfoque leva os alunos a terem uma concepção de gráfico como uma coleção de pontos isolados.

Bell e Janvier (1981) também observaram no ensino fundamental britânico que as crianças normalmente faziam leituras pontuais e raramente tratavam de fatores globais. Os alunos tendem a focar um ponto em vez de uma série de pontos. Quando são questionados sobre um intervalo, respondem apontando o ponto máximo. Dessas crianças, 90% conseguiam identificar a maior ou menor altura das barras, mas apenas 45% conseguiam comparar. Uma questão importante levantada por eles é que a combinação de aprendizagem de gráficos e tabelas conjuntamente é mais efetiva do que cada um em separado. Vergnaud (1985) argumenta que os exercícios que permitem passar de uma representação através de gráficos para uma tabela e vice-versa são importantes pedagogicamente, tanto para a atividade classificatória como para outras atividades lógico-matemáticas.

Padilla, McKenzie e Shaw (1986) afirmam que construir e interpretar gráficos são habilidades não facilmente adquiridas pela maioria dos alunos. Trabalhando com crianças de 3 aos 8 anos com gráficos de linha, observaram que 84% foram capazes de ler e marcar os pontos mas apenas 49% foram capazes de descrever a relação entre as variáveis de uma gráfico de linha. Observaram, ainda, que 57% foram capazes de extrapolar os dados e somente 32% foram capazes de usar eixos escalares com sucesso.

Swatton e Taylor (1994) observaram níveis similares com alunos de 7 anos onde 78% leram pontos, mas somente 35% foram capazes de fazer considerações sobre os gráficos.

Goldenberg (1988) e Clemente (1995) levantam outra questão a ser investigada. Eles referem-se às pesquisas que mostram que estudantes normalmente interpretam gráficos tendo como referência seu formato como uma figura estática, de forma pictórica.

Santos e Gitirana (1999) desenvolveram uma investigação visando compreender as estratégias utilizadas por estudantes da 6<sup>a</sup> série de escola pública na interpretação de gráficos de barras com variáveis ordinais a partir de problemas do cotidiano. Em relação a leitura do valor máximo, 94% os alunos acertaram. Quando esses alunos foram solicitados a analisar o decréscimo encontraram três tipos predominantes de interpretação: a consideração do ponto mínimo, a recategorização do gráfico em pontos altos e baixos (transformaram uma variável numérica em nominal) e a variação decrescente (5,9% utilizam a variação ocorrente no gráfico como forma de interpretação) e apenas um aluno fez uma interpretação levando em consideração todo o gráfico, o restante faz a

interpretação de variação a partir do ponto mais alto. Os autores levantam que uma hipótese para que os alunos façam a interpretação do gráfico pela barra mais altas é a deles associarem a frase “aumentou mais” escrita na questão como se fosse para encontrar os pontos mais altos.

Esses autores levantam, ainda, mais uma habilidade a ser investigada sobre interpretação de gráficos que se refere a forma como os alunos extrapolam os dados. Quando solicitaram uma extrapolação dos dados a partir do gráfico foi encontrado, ainda, a utilização da maior barra como meio de referência de extrapolação, onde temos uma leitura pontual do gráfico. Entretanto, apesar da baixa consideração da variação quando pedia-se o maior aumento, foi interessante notar que nas questões de extrapolação existia uma clara concentração de alunos que passaram a extrapolar fazendo considerações qualitativas e globais, dentre as quais a taxa de variação. Nessa questão os alunos utilizaram duas estratégias: informações contidas no gráfico, alguns fazendo leituras globais e outros leituras parciais; e a utilização da abstração para a realidade para justificar sua resposta. Os autores observaram, ainda, uma estratégia que extrapolava o gráfico globalmente, considerando a sua oscilação. É interessante notar que os alunos passam a verificar as informações que o gráfico oferece para poderem elaborar suas interpretações.

Para discutir a interpretação quantitativa para qualitativa, é preciso considerar se o foco de atenção olha o gráfico por inteiro buscando significação para os dados, além de ver os gráficos como ferramentas para a física ou a análise de gráficos em ambientes computacionais. Batanero, Godino, Green e Vallecillos (1992) argumentam que o ensino de estatística vem se desenvolvendo nos últimos anos devido exatamente a sua importância, amplamente reconhecida, na formação geral do cidadão. A estatística desde seu começo se apresentou como uma ciência interdisciplinar e grande parte de seu progresso se dá pela possibilidade de resolver problemas em campos diversos. Kapadia (1982) afirma que as crianças precisam saber o papel da estatística na sociedade, ou seja, dos vários campos em que as idéias estatísticas são utilizadas. Também precisam saber a abrangência da estatística, ou seja, quais as questões que a estatística pode ser útil e quais suas limitações .

Além dos fatores levantados acima como interpretação pontual ou global, quantitativa ou qualitativa, é necessário que seja considerado, também, uma outra questão que nos parece bastante relevante. Carraher, Schliemann e Nemirovsky (1995) afirmam que

as pessoas usam o referencial de seu dia-a-dia para dar sentido à representação gráfica, ou seja, elas se ancoram no cotidiano para interpretar gráficos e diagramas. Nemirovsky (1998) argumenta que as crianças apresentam competência em aprender a interpretar e usar gráficos quando esses são criados numa situação familiar para elas. Dessa forma, os gráficos são interpretados a partir de fatores que são externos a representação. Nesta mesma direção aponta o estudo de Ainley, Nardi e Pratt (1998) sobre gráficos com crianças com 9/10 anos de idade, cujos resultados indicam que a familiaridade com o contexto é um fator importante.

Entretanto, pesquisadores como Goldenberg (1988), Clement (1985), Gomes Ferreira (1997) dentre outros, afirmam que a interpretação de gráfico exige um conhecimento do sistema gráfico e que um dos fatores que dificultam a interpretação de gráficos deve-se ao fato do sistema de representação não ser tão trivial.

Curcio (1987) parece conciliar esses dois fatores como determinantes nas interpretações. Esse autor, estudando alunos de 4ª a 7ª série ressalta a importância dos conhecimentos prévios sobre o que um gráfico se refere, mas acredita, também, que é preciso considerar a simbolização utilizada nos gráficos e o tipo de gráfico utilizado. Ainley (2000) também corrobora dessa idéia de que as crianças demonstram estabelecer uma fusão entre a representação e a realidade.

Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2000) encontraram que as crianças foram capazes de ler os dados de um gráfico, entretanto as mesmas duvidavam de seus resultados, e em alguns casos distorciam suas leituras em função de suas experiências pessoais.

As evidências acima descritas nos apontam a necessidade de investigar se a compreensão sobre o sistema gráfico é suficiente para a compreensão do mesmo, ou se as pessoas utilizam-se de inferências pessoais. Parece-nos que existem dois fatores que são interligados quando o sujeito interpreta os gráficos. De um lado, a compreensão da representação em si, e de outro a concordância das experiências pessoais dos sujeitos com os dados.

Hoyles, Healy e Pozzi (1994) também argumentam que as crianças costumam interpretar os dados a partir de suas experiências pessoais. Dessa forma, quando se trabalha com dados de fantasia, ou seja, dados que não têm correspondência real, esse tipo de interpretação fica distanciada, levando os sujeitos a interpretarem apenas a partir dos dados

fornecidos. Por isso os autores tentaram trabalhar com dados não reais e sim de fantasia. Apesar das crianças terem utilizado seus conhecimentos anteriores, elas responderam a partir dos dados computados e não dos seus conhecimentos de mundo. Esse estudo nos mostra que os dois fatores que foram considerados como necessários para interpretar um gráfico, podem ser dissociados. Porém, acreditamos que tal fato depende da situação, ou seja, do tipo de dados que foram trabalhados, pois esses autores conseguiram essa dissociação quando trabalharam com dados imaginários. Talvez quando os dados são conhecidos dos sujeitos o peso de seu conhecimento de mundo seja maior.

Em relação a construção, Leinhardt et al. (1990) consideram que construir é a gerar algo novo, o que exige seleção de dados, nome dos eixos, escala, identificação da unidade e a inserção dos pontos. Construir é diferente de interpretar. Interpretar requer reações a pedaços de dados e construção requer geração de novas partes. Em termos da relação construção/interpretação, pode ser notado considerando que interpretar não requer construção, construir freqüentemente implica algum tipo de interpretação. Um dos constructos que esses autores consideram importantes refere-se a contextualização da questão, ou seja, em qual setting ela foi proposta. Esses consideram que a forma como a questão é apresentada interfere na compreensão dos alunos, por exemplo, se um gráfico é apresentado como lição de matemática, como estudo sobre classe social ou como uma atividade do laboratório de ciências.

Também precisa ser considerado como contexto do problema, se a situação é familiar ou abstrata para os alunos uma vez que a aprendizagem dos alunos é organizada a partir das intuições e pré-concepções. A intuição refere-se as experiências do dia a dia e as pré-concepções são observações e interpretações de eventos reais que formam sua aprendizagem, fatores que o aluno conhece sobre um ponto específico que pode ter sido ou não ensinado, como por exemplo realizar confusões quanto ao conceito de variável, a representação de maneira contínua ou discreta ou a tendência a produzir gráficos lineares.

Mevarech & Kramarsky (1997) também argumentam que os gráficos envolvem interpretação e construção e acrescentam que interpretar usualmente refere-se a habilidade de ler gráficos ou partes e buscar sentido neles. Wainer (1992) identifica três níveis de processamento de informações relacionados a interpretação de gráficos: extração de dados, consegue ver inclinação ou tendência de parte do gráfico e compreende a estrutura dos

dados. Construção refere-se ao ato de gerar algo novo através de um processo de seleção de variáveis, eixos, escalas, identificação de unidades e a inserção dos pontos.

Da mesma forma que se discute interpretações pontuais ou globais, na construção, também, se consideram quais os dados que são representados: pontuais ou variacionais. Monk (1992) argumenta que os sujeitos consideram o sistema de representação do gráfico de forma pontual, onde o gráfico apenas serve para a localização de pontos. Um gráfico por natureza representa inter-relações entre variáveis, mas alguns estudantes não conseguem considerar simultaneamente mais de um fator. Não conseguem, também, compreender que numa série de eventos não basta representar apenas a situação final construindo um gráfico com apenas um ponto.

Tierney e Nemirovsky (1991) buscando saber como as crianças coletariam as informações e quais seriam as relevantes a serem comunicadas, desenvolveram um estudo com sujeitos da 4ª série, com nove anos de idade, onde os mesmos representavam espontaneamente mudanças num intervalo de tempo (população num restaurante perto da escola ou mudança de velocidade de carros descritas numa história). Os resultados mostram que as crianças geralmente limitavam suas representações no que elas realmente percebiam, representando somente os dados reais freqüentemente incluindo ilustrações externas ao sistema gráfico. A mudança de velocidade é um fenômeno contínuo, entretanto, as crianças mostravam os dados reais e sempre como discretos. Dessa forma, observamos uma dificuldade dessas crianças em saber quais os dados devem ser representados num gráfico em função de seus objetivos e uma manipulação dos dados transformando uma variável variacional em uma variável pontual.

Ainley (1994) apresenta dados diferentes dos citados acima os quais dizem que só a partir dos 12 anos é que as crianças conseguem compreender uma representação variacional. A autora, em seu estudo, questionava as crianças sobre pontos específicos numa tabela e num gráfico sobre crescimento de crianças. Para a autora é importante ressaltar que em seu estudo, as crianças conhecem os dados que estão trabalhando e eles são reais. Quando essas foram solicitadas a construir um gráfico de linha mais de 50% das crianças conseguiram representar os dados. A autora acredita que as dificuldades que foram apresentadas em outros estudos podem ter se dado em função de uma construção de gráficos isolados, ou seja, descontextualizados. Em seus estudos, os gráficos não têm uma

função em si mesmo, eles são parte de uma pesquisa maior que investiga também esses dados.

Buscando investigar a questão da compreensão de gráficos enquanto uma representação pontual ou variacional, Tierney, Weiberg e Nemirovsky (1992) desenvolveram um estudo com crianças de 4ª série dos EUA produzindo gráficos durante a observação do crescimento de uma semente de feijão. Essas crianças conseguiram desenhar os pontos de crescimento no gráfico e em seguida hipotetizar variáveis. Isto significa que essas crianças podiam interpretar os gráficos tanto numa abordagem variacional quanto pontual. Entretanto, os autores perceberam, também, que estas crianças precisavam usar suas próprias experiências. Dessa forma, seus gráficos são uma combinação de generalizações e de dados específicos pertencentes a seus próprios conhecimentos. Novamente, aqui, vemos que tanto a compreensão simbólica da representação como as experiências pessoais são fatores determinantes na construção.

Mevarech et al (1997) colocam que um argumento interessante, dados por algumas crianças, é considerar que numa série de eventos somente o último deve ser considerado ou que em matemática somente a resposta final deve ser considerada. Nesse estudo, quando as crianças terminavam de construir os gráficos, os autores mostraram a elas um gráfico correto e pediam que elas comparassem. Uma das crianças afirma: "o meu está correto, essa é a resposta da questão, é o ponto mais alto". Tais fatores talvez expliquem porque os alunos constroem gráficos com apenas um ponto ou barra.

Além dos pontos já levantados, podemos enumerar uma série de habilidades que são necessárias a compreensão de uma representação de dados através de gráficos. Em função da grande diversidade de habilidades que são necessárias a compreensão dos diferentes tipos de representação de dados, optamos em investigar a interpretação e construção de gráficos de barra por serem esses um dos tipos de gráficos mais usados.

Nesse sentido, buscamos estudos que enfocassem mais os nossos objetivos. Como mostra Janvier (1978), o sistema de representação de dados através de gráficos de barra exige dos sujeitos a compreensão de várias habilidades matemáticas tanto para a leitura como para a construção:

- Localizar pontos extremos (máximo e mínimo)
- Localizar variações (crescimento, decrescimento e estabilidade)

- Classificar as variações em crescimento, decrescimento e estabilidade
- Quantificar as variações de crescimento, decrescimento e estabilidade
- Localizar a maior ou menor variação (crescimento e decrescimento)
- Quantificar a maior ou menor variação (crescimento e decrescimento)
- Localizar uma categoria a partir do valor da frequência (eixo x)
- Localizar o valor da frequência de uma categoria (eixo y)
- Extrapolar o gráfico
- Avaliar médias
- Compor grupos - união

Assim, existem vários tipos de considerações que são necessárias de serem realizadas para que possamos investigar a compreensão da representação de dados em gráficos de barra. Buscando compreender algumas destas considerações, alguns autores desenvolveram estudos experimentais e encontraram outros fatores a serem considerados.

Para discutirmos a questão de representação, é interessante que consideremos a argumentação de Vergnaud (1987). Ele argumenta que é necessário se perguntar: *representar o que? para que?* O problema da representação envolve três níveis (referente, significante e significado). O referente é o mundo real, o significado é o nível no qual os invariantes são organizados e o significante consiste nos diferentes sistemas simbólicos. Ícones e símbolos envolvem significante. Matemática não é meramente uma linguagem, os símbolos são apenas a parte visível. Nesse sentido, é importante indagar quais aspectos do significado são representados por quais aspectos do significante? Gráficos são bons significantes para continuidade, máximas e mínimas. Fórmulas são melhores para cálculos.

O uso de gráficos pelas pessoas reflete os caminhos que foram acessados e relevantes para eles numa determinada situação e esta fluência com símbolos é desenvolvida através de seu uso. O gráfico ajuda os usuários a desenvolver novos sentidos, salientar fatores e planejar ações. Dessa forma, o problema é da adequação entre significante e o nível de representação de significado do mundo real. O sistema simbólico pode ser ou não um amplificador conceitual.

Ainley (2000) argumenta que é necessário trabalhar com diferentes representações dos mesmos dados pois a transparência emerge através do uso e não é inerente ao tipo de representação. Em seus estudos, a autora observou que alunos de 11 anos quando



solicitados a construir gráficos consideravam como critério principal a estética do gráfico e não a transparência das informações. Entretanto, como argumenta Meira (1998), a transparência emerge através do uso, pois essa é um instrumento para acessar o conhecimento. Ao nosso ver, como um elemento de organização e "comunicação" de dados (portanto, uma linguagem), o uso é essencial para que o aluno venha a entendê-lo. Não é possível deixar de reforçar que a compreensão de gráficos também passa pela compreensão dos usos dos símbolos (Nemirovsky e Monks 2000).

A compreensão da escala ou da unidade a qual esta é organizada, é uma das questões relevantes a compreensão desse tipo de representação. Ainley (2000) afirma que o uso de escalas é o maior marcador das dificuldades. A autora argumenta que crianças de seis anos de idade podem fazer gráficos de barra, mas elas não colocam título, eixos e escala. Tierney, Weinberg e Nemirovsky (1992) colocam que apesar das crianças ignorarem a escala quando fazem seus próprios gráficos, não considerando como um elemento relevante, quando elas interpretam consideram as escalas crescentes.

Nos resta ainda comentar, como argumenta Hancock (1991), que os professores têm pouca familiaridade e experiência para discutir com os sujeitos como explorar um banco de dados e sua representação. Os instrumentos comumente usados apresentam restrições. Poucos vêm trabalhando no sentido de ajudar alunos e professores a utilizar um banco de dados educacional ou um pacote de gráficos estatísticos e a sua inter-relação. Batanero et al (1992) argumenta que essa ênfase que vem sendo dada ao trabalho com estatística requer uma intensa preocupação com a formação dos professores.

Nesse sentido, uma pesquisa que investigue a construção de uma representação de dados através de Gráficos de Barras se justifica pela frequência com que dados estatísticos são utilizados pelos veículos de comunicação e pela possibilidade de análise de fenômenos sociais e conseqüente formação de opinião. A imagem vem se sobrepondo a outros tipos de apresentação de dados uma vez que ela apresenta um realce nas comparações entre quantidades em detrimento aos dados absolutos (numéricos apenas). Mevarech et al (1997) argumentam que apesar da noção de gráfico incluir a interpretação e construção, a maioria dos estudos focalizam a interpretação. Dessa forma, acreditam que ainda sabemos pouco sobre as concepções sobre construção.

### **Metodologia**

A amostra foi composta por 107 alunos de quatro salas de 3ª série de uma escola particular de Jaboatão dos Guararapes – Pernambuco. Participaram deste estudo alunos de ambos os sexos com idade aproximada de nove anos de idade e que não são repetentes. Esses alunos tinham realizado durante o ano escolar apenas uma atividade sugerida pelas professoras de construir um gráfico de barras o qual mostrava a preferência de cor dos alunos de cada uma das salas. Para a construção do mesmo, a professora definiu sua representação, restando aos alunos a pesquisa de opinião e o registro das frequências. O fato desses alunos não terem tido uma instrução formal sobre construção antes do estudo, não quer dizer que eles não tivessem algumas concepções em função do contato com gráficos em revistas, jornais, TV etc.

Todos os alunos de quatro salas de aula de uma escola foram solicitados, pelo experimentador, a resolverem cinco atividades: leitura/interpretação de gráficos com dados nominais; leitura/interpretação de gráficos com dados ordinais; leitura/interpretação de gráficos com dados nominais onde para cada descritor haviam três valores; construção de um gráfico a partir de uma tabela com dados nominais e construção de um gráfico a partir de duas tabelas, bastante semelhantes, com dados ordinais.

### **Resultados e discussão**

Uma das decisões que os sujeitos precisam tomar para construir um gráfico refere-se a escolha do tipo de gráfico que mais se adequa aos dados, ou seja, como os dados podem ser organizados de forma a levar uma maior comunicação. Nesse estudo, nossos sujeitos não precisavam fazer tal análise, pois já pedíamos que os mesmos construíssem um gráfico de barras. Tal instrução se deu em função de nosso objetivo de comparar o desempenho dos sujeitos na leitura/interpretação e na construção de um mesmo tipo de representação gráfica, no caso, o gráfico de barras.

Nossos dados revelam que os alunos apresentaram facilidade em localizar pontos extremos independente do tipo de variável ser nominal ou ordinal. Dessa forma, podemos argumentar que a leitura pontual em gráfico de barras, quanto ao máximo, mínimo e localização de frequência, foram tarefas fáceis para sujeitos de 9/10 anos de idade. A literatura (Goldenberg, 1988; Clemente, 1995; Monk, 1992; Bell e Janvier, 1981; Tierney et

al,1992; Padilla et al, 1986; Bell e Janvier 1981; Swatton e Taylor, 1994; Gitirana,1999 entre outros) já apontava para esses resultados diferindo por vezes da faixa etária.

Ainley (1994) argumenta que crianças com 9/10 anos de idade já são capazes de ler pontos específicos num gráfico ordinal numérico pois em seu estudo 50% de seus sujeitos responderam adequadamente. E, se as crianças não conseguem, ou seja, se em outros estudos as crianças tiveram dificuldade, é por ausência de familiaridade com os dados, pois em seus estudos as crianças coletam os dados. Nossos dados confirmam, então, a capacidade de crianças de 9/10 anos de idade fazerem leitura pontual em gráficos de barra. Porém, re-elaboramos a hipótese sobre a familiaridade com os dados proposta por Ainley (1994), uma vez que nossos gráficos não versavam sobre dados conhecidos pelas crianças, apenas exprimiam valores os quais as crianças sabiam o que significavam, como número de assaltos (questão muito discutida hoje na sociedade) ou número de pessoas que assistem a uma emissora de TV.

Quando a leitura exigia a compreensão variacional, encontramos dificuldades para nossos sujeitos. Para os dados nominais, essa tarefa ainda foi um pouco mais fácil (38,3%), mas quando tiveram que lidar com variável ordinal, ninguém conseguiu acertar tanto para uma situação de aumento quanto para uma situação de decréscimo, apenas em uma situação de ausência de variação é que encontramos 28% dos alunos demonstrando compreensão.

Santos e Gitirana (1999) investigando com sujeitos de 12 anos em gráfico ordinal encontraram que os sujeitos apresentavam dificuldades com a leitura variacional, onde apenas 5,9% acertam as questões referentes a localização da maior variação. Esses autores observaram que uma estratégia utilizada pelos alunos foi a recategorização dos valores em pontos baixos e altos.

Consideramos, também, que uma questão que solicite dos sujeitos que extrapolem os dados e argumentem o que eles acham que vai acontecer na etapa seguinte (ex: mês ou ano posterior) é uma forma de analisar os dados numa perspectiva variacional, pois implica numa análise global do mesmo. Buscando esse tipo de relação solicitamos aos alunos que estipulassem a quantidade de pessoas que eles consideravam que iriam assistir a rede Boglo no mês seguinte ao que o gráfico mostrava. Observamos que apenas 7,5% responderam que não podiam responder porque não tinham esse dado no gráfico. Alguns alunos (13,1%), só colocaram um valor, apesar da nossa solicitação de explicitar ou justificar o porque da

resposta. Entretanto, 54,2% dos alunos responderam e justificaram. Abaixo podemos ver as diferentes justificativas apresentadas por eles:

- 1) 24% pelas informações contidas no gráfico de forma global : - “porque pelo que mostra o gráfico a audiência é boa” ou “porque a quantidade de pessoas está subindo”;
- 2) 8% pelas informações contidas no gráfico de forma pontual: - “70 porque em outubro assistiram pouco”;
- 3) 24% abstraído para a realidade: - “porque está próximo do Natal e as pessoas gostam de assistir”, “90 porque a programação ficou mais legal”, “porque a maioria trabalha e não dá para assistir”, “porque é quando a maioria dos pais viaja” ou ainda “porque está começando as férias”;
- 4) 44% por considerações pessoais: - “porque eu acho que a audiência vai ser maior”, “porque eu gosto do mês de novembro” ou “60 porque pra mim é o suficiente”;

Tais dados contrastam com nossas afirmações, anteriores, sobre a habilidade dessas crianças em realizar uma análise variacional. Santos e Gitirana (1999) já haviam percebido em seus sujeitos esse mesmo tipo de atitude e argumentam que apesar da baixa consideração da variação, quando solicitava-se uma extrapolação é interessante notar que existe uma clara concentração de alunos que passam a extrapolar fazendo considerações qualitativas e globais sobre variação. Os autores argumentam, ainda, que 68% das crianças que justificaram suas respostas, utilizaram abstrações para a realidade ou para considerações pessoais. Dessa forma, podemos levantar que nossos alunos, assim como os de Santos e Gitirana, apresentam uma habilidade em realizar uma análise global dos dados representados no gráfico, seja utilizando justificativas de seu cotidiano ou considerações pessoais.

Dessa forma, acreditamos que apesar dos baixos percentuais de análise variacionais nos gráficos com dados ordinais, considerações com a localização e quantificação de variação não são impossíveis de serem compreendidas por crianças de 9/10 anos.

Como foi comentado na introdução desse trabalho, lidar com as escalas é uma dificuldade encontrada pelos alunos. Nesse estudo, encontramos que apenas 42,1% dos alunos acertaram a questão referente a localização de uma categoria em função de uma

freqüência dada por nós. Acreditamos que isso se deu pelo fato do valor solicitado na freqüência não estar explícito na escala e não uma dificuldade de localização de um ponto no gráfico. Nossos dados mostram que quando o valor que solicitávamos estava explícito na escala, os alunos não apresentaram dificuldades, entretanto, quando os valores precisavam ser inferidos na escala, vários alunos apresentam dificuldades. Dessa forma, nossos resultados parecem corroborar com a idéia de que a leitura da escala não é uma tarefa simples, entretanto, acreditamos que a leitura não é uma tarefa simples apenas quando os valores não estão explícitos na escala. Nos parece que a dificuldade dos alunos está na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, onde é necessário que os alunos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada.

Uma vez analisada a leitura/interpretação de gráficos com dados nominais e ordinais, estamos agora interessados em estabelecer uma comparação considerando a construção de gráficos de barra esses dois tipos de dados.

Primeiramente é importante discutir quantos alunos efetivamente construíram gráficos de barra e o que isso implica. Quando solicitamos aos alunos que construíssem um gráfico de barras com variáveis nominais, apenas 47,7% realizaram a atividade. Tais dados contrastam com os percentuais que encontramos em relação ao número de alunos que interpretou os gráficos, como demonstrado anteriormente. Esses resultados são mais expressivos quando nos referimos a construção de gráficos com variáveis ordinais, onde encontramos 25,2% dos alunos para a primeira situação e 24,3% para a Segunda situação. Dessa forma, encontramos um número pequeno de alunos que representaram os dados através de gráficos de barra. Esses resultados nos mostram que ler/interpretar parece ser mais fácil do que construir.

Observamos que a utilização de barras para a representação dos dados nominais foi mais fácil do que a representação dos dados ordinais. Entretanto, devemos ressaltar que os dados que nós fornecemos apresentavam vários fatores diferentes. Primeiro, as quantidades a serem representadas eram diferentes. Para os dados nominais os valores eram menores do que 10 e para os dados ordinais eram maiores do que 10. Os alunos que representaram os dados nominais em gráficos de barra, utilizaram uma escala de um quadrado para cada freqüência de cada um dos descritores e, em sua maioria, nomeavam corretamente as barras. Na construção dos gráficos com dados ordinais a representação de um quadrado

para cada frequência não era possível, uma vez que os valores a serem representados eram muito superiores a altura dos quadradinhos apresentados por nós, o que levou vários alunos (13,1%) a representarem os valores pintando quadrados próximos.

Outro fator que podemos destacar refere-se a construção de um gráfico com dados pontuais ou variacionais. Na situação onde era exigido que os alunos representassem valores durante um percurso de tempo (situação variacional apresentada no gráfico ordinal), apenas 5,6% deles utilizaram barras de forma adequada, ou seja, uma representação que mostrava essa variação. Esses dados nos levam a confirmar a afirmação de Monk (1992) o qual argumenta que os alunos não conseguem compreender que numa série de eventos não basta representar apenas a situação final. Não é possível deixar de reforçar, também, que a compreensão de gráficos também passa pela compreensão dos usos dos símbolos (Nemirovsky e Monks 2000). Tais resultados nos levam a refletir se os alunos apresentam, realmente, dificuldades com a compreensão de uma análise variacional ou se, por outro lado, isso se dá por ausência de um trabalho mais sistematizado sobre o conceito. Como argumenta Hancock (1991), os professores têm pouca familiaridade e experiência para discutir com os sujeitos como explorar um banco de dados e sua representação.

Para interpretar os gráficos os alunos utilizaram-se dos nomes de cada barra, ou seja, compreenderam a categorização realizada e utilizaram as informações registradas para responder as questões. Quando esses alunos construíram o gráfico com variáveis nominais, 97% nomearam suas barras, entretanto, ao construírem seus gráficos com variáveis ordinais, apenas a metade dos que representaram os dados ordinais, nomearam de forma a discriminar as barras. Isso não quer dizer que eles não saibam nomear, mas que pelo menos não consideraram relevante naquele momento.

A utilização da escala é outro fator que merece uma discussão mais prolongada. Como já argumentamos anteriormente, quando na escala não está explícito o valor a ser referido, ou seja, solicita-se que o aluno identifique o valor intermediário entre os valores expressos, os alunos apresentam dificuldades, percebe-se uma dificuldade de estimar os valores. Dificuldades também foram encontradas na utilização de escala para a construção dos gráficos. Apenas 39,3% utilizaram uma escala adequada ao construir um gráfico com variável nominal e 9,3%/7,5% com variável ordinal. Entretanto, o fato de estabelecer essa escala não os levava necessariamente a utilizá-la, demonstrando que os mesmos podem

criar escalas mas não necessariamente sabem a sua utilidade. Talvez possamos dizer que essas crianças estão apresentando uma visão do gráfico de barra como um pictograma. A elaboração de um gráfico de barra exige a compreensão de uma escala.

Na interpretação das tabelas que envolviam uma análise variacional, observamos dificuldades uma vez que os alunos só acertaram a questão referente a situação onde o sujeito que tinha a maior variação correspondia ao sujeito que apresentava o maior valor dado na tabela (o cachorro que teve o maior aumento de peso correspondia ao cachorro que chegou ao maior peso no final). Na situação onde o sujeito que tinha a maior variação mas não correspondia ao sujeito que ao final tinha o maior numeral, nenhum aluno conseguiu acertar. Dessa forma, consideramos que em nenhuma das situações os alunos conseguiram considerar o aumento expresso na tabela.

A dificuldade de lidar com a variação no gráfico também foi encontrada na construção do gráfico. Na situação onde era exigido que os alunos representassem valores durante um percurso de tempo, apenas 5,6% deles utilizaram barras de forma adequada, ou seja, uma representação que mostrava essa variação. Este resultado pode ser comparado com a dificuldade das crianças em lidar com problemas de comparação (estruturas aditivas) onde a relação é desconhecida.

Por último gostaríamos de refletir mais um ponto de relação entre interpretar e construir. Nossa terceira atividade proposta aos alunos solicitava dos mesmos ler / interpretar um gráfico onde para cada descritor encontrávamos três valores. Nesse gráfico era apresentado o número de clientes durante três meses de três lojas diferentes. Nessa atividade, estava posta uma forma de representar múltiplos valores para um descritor. Os alunos tiveram um bom desempenho na leitura de pontos extremos e na composição de grupos (união). Esses resultados nos mostram que os mesmos compreenderam esse tipo de representação. Entretanto, essa representação quase não foi utilizada na construção dos gráficos que também consideravam o aumento de peso de dois cachorros no período de três meses.

Apesar desses resultados encontrados, acreditamos que tais dados podem se dar em função de um desconhecimento dos alunos de como representar ou interpretar esses valores e não de uma incapacidade cognitiva de compreender a variação.

Podemos argumentar nesse momento que os alunos apresentam várias compreensões sobre representações gráficas mas que nós precisamos ainda compreender muito mais de como se dá a aquisição desse conhecimento. Para nós, é fundamental que tenhamos essa compreensão para que possamos intervir de forma mais adequada no processo de ensino-aprendizagem.

### Referências

- AINLEY, J. (1994). Building on children's intuitions about line graphs. *In Proceeding 18<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, p. 1-8 . Lisboa, Portugal.
- AINLEY, J. (2000). Exploring the transparency of graphs and graphing. *In Proceeding 24<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, p. 2-9, 2-16. Hiroshima, Japão.
- AINLEY, J. NARDI, E. e PRATT, D. (1998). Graphing as a computer-mediated tool. *In Proceeding 22<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (1)*, p. 243-258, South Africa.
- BATANERO, C., GODINO, D.R., GREEN, P.H. & VALLECILLOS, A (1992). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25 (4), p. 527-547.
- BELL, A e JANVIER, C. (1981). The interpretation of graphs representing situations. *For Learning of Mathematics*, 2, p. 34-42.
- CARRAHER, D., SCHLIEMANN, A. e NEMIROVSKY, R. (1995) 'Graphing Form Everyday Experience', *Hands on!* 18 (2).
- CLEMENT, J. (1985) "Misconceptions in Graphing", *Proceeding 9<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (1), p. 369-75.
- CURCIO, F.R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graph. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, p. 382-393.
- GOLDENBERG, E.P. (1988). Mathematics, Metaphors and Human Factors: Mathematical, Technical and Pedagogical Challenges in the Educational Use of Graphical



- Representation of Functions, *The Journal of Mathematical Behaviour*, 7, (2), p. 135-73.
- GOMES FERREIRA, V.G. (1997) *Exploring Mathematical Functions through Dynamic Microworlds*, Tese de Doutorado (D.Phil). Instituto de Education, Universidade de Londres.
- GUIMARÃES, G.L., GOMES FERREIRA, V.G. & ROAZZI, A (2000). Categorização e representação de dados no ensino fundamental. [CD - arquivo de dados legível por computador]. In . *Anais da 23<sup>a</sup> Reunião Anual da ANPED - GT Educação Matemática*. Caxambu (MG): Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação.
- HANCOCK, C. (1991). The Data Structures Project; Fundamental data tools for mathematics and science education. *Technical Education Research Centres, Inc.*
- HOYLES, C., HEALY, L. e POZZI, S. (1994). *Learning mathematics in groups with computers: reflections on a research study*. (trabalho não publicado).
- JANVIER, C. (1978). *The interpretation of complex cartesian graphs representing situations – studies and teaching experiments*. Tese de Doutorado (D.Phil). University of Nottingham .
- KAPADIA, R. (1982). A practical approach to statistics. In D.R. Grey, P., Holmes, V. & Barnett, G.M. Constable (Eds.), *Proceedings of the First International Conference of Teaching Statistics*, Teaching Statistics Trust, Sheffield, UK, p. 169-178.
- KERSLAKE, D. (1981). Graphs. In K.M. Hart (Ed.). *Children's understanding of mathematics concepts*, London, John Murray, p. 120-136.
- LEINHARDT, G.; ZASLAVSKY, O. e STEIN, M.K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, *Learning, and Teaching*. *Review of Educational Research*, 60 (1), p. 1-64.
- LERNER, D. (1996). O ensino e o aprendizado escolar. Argumentos contra uma falsa oposição. *Piaget-Vygotsky*, p. 87-146. São Paulo, Ed. Ática.
- MEIRA, L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29 (2), p. 121-142.

- MEVARECH, Z.R. e KRAMARSKY, B. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 32, p. 229-263.
- MONK, S. (1992). Students' Understanding of a Function Given by a Physical Model, em G. Harel e Ed Dubinsky (Eds.) *The Concept of Function - Aspects of Epistemology and Pedagogy*, MAA Notes 25, p. 175-94.
- NEMIROVSKY, R. (1998). Symbol-use, fusion, and logical necessity: on the significance of children's graphing. In *Proceeding 22<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (1), p. 259-263, South Africa.
- NEMIROVSKY, R e MONK, S (2000). "If you look at it the order way..." An exploration into the nature of symbolizing. In P.Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.) *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design*. Hillsdale NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- PADILLA, M.J., MACKENZIE, D.L e SHAW, E.I. (1986). An examination of the line graphing ability of students in grade seven through twelve, *School Science and Mathematics*, 86.
- PREECE, J. (1983). Graphs are not straightforward. In T.R.G. Green & S.J. Payne (eds), *The psychology of computer use. A European perspective*, p. 41-56. London: Academic Press.
- SANTOS, M.S. e GITIRANA, V. (1999). V. A interpretação de gráficos de barra, com variáveis numéricas, em um ambiente computacional de manipulação de dados. *Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste (EPEN)*, Salvador – Bahia.
- SCHOENFELD, A H., SMITH, J.P.& ARCAVI, A (in press). Learning: The microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. In R. Glaser (Ed.) *Advances in instructional psychology*, 4. Lawrence Erlbaum.
- STEIN, M.K., BAXTER, J. & LEINHARDT, G. (in press). Subject matter knowledge and elementary instruction: a case from functions and graphing. *American Education Research Journal*.

- SWATTON, P. e TAYLOR, R.M. (1994). Pupil performance in graphical tasks and its relationship to the ability to handle variables. *British Educational Research Journal*, 20.
- TIERNEY, C. e NEMIROVSKY, R. (1991). Children's spontaneous representations of changing situations. *Hands on!*, 14, (2), p. 7-10.
- TIERNEY, C., WEINBERG, A. , NEMIROVSKY, R. (1992). Telling stories about plant growth: fourth grade students interpret graphs. In *Proceeding 16<sup>nd</sup> Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (3), p. 66-73. Durkan, USA.
- VERGNAUD, G. (1985). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Editions Peter Lang S.A. Berna, Suíça.
- VERGNAUD, G. (1987). Conclusion. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*, p. 227-232.
- WAINER, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educacional Research*, 21, 14-23.
- YERUSHALMY, M. (1988). *Formation of algebraic concepts using multiple representation software enviroments*. Unpublished manuscript, Israel.