

METODOLOGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Maria Teresa Carneiro Soares (UFPR)
Neuza Bertoni Pinto

Um dos aspectos fundamentais que rege as mudanças educacionais e estimula as diferentes pesquisas em educação são o fato de se buscar desenvolver nos alunos a capacidade de aprender a aprender.

Em nenhum momento se secundaria o conhecimento vigente, que é sempre o ponto de partida para o conhecimento novo, como bem mostra a hermenêutica. Apenas é equívoco pretender que na escola se faça apenas repasse, ou que nela apenas se ensina e apenas se aprende. O desafio do processo educativo, em termos propedêuticos e instrumentais, é construir condições do aprender a aprender e do saber pensar.' (DEMO, 1996, p.30)

Nas diferentes etapas e áreas da educação percebe-se a necessidade de que os alunos obtenham habilidades e estratégias que lhes proporcionem a apreensão, por si mesmos, de novos conhecimentos e não apenas a obtenção de conhecimentos prontos e acabados que fazem parte da nossa cultura, ciência e sociedade.

Visando-se uma sociedade mais justa, capaz de intervir no desenvolvimento da humanidade crítica e criativamente, buscando uma melhoria na qualidade de vida do cidadão, não é suficiente apresentar conhecimentos cristalizados e fora do contexto moderno. É preciso fazer com que os alunos tornem-se pessoas capazes de enfrentar situações diferentes dentro de contextos diversificados, que façam com que eles busquem aprender novos conhecimentos e habilidades. Só assim estarão melhor preparados para adaptar-s às mudanças culturais, tecnológicas e profissionais do novo milênio.

A sociedade moderna, todavia, exige um cidadão capaz de estar à sua frente, comandando o processo exponencial de inovação, não correndo atrás, como se fora sucata. Enfrentar desafios novos, avaliar os contextos sócio-históricos, filtrar informação, manter-se permanentemente em processo de formação são responsabilidades inalienáveis para quem procura ser sujeito de sua própria história, não massa de manobra para sustentar privilégios alheios.' (DEMO, 1996, p.32)

Uma das formas mais acessíveis de proporcionar aos alunos que aprendam a aprender é a utilização da resolução de problemas como metodologia de ensino. 'A solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.' (POZO e ECHEVERRÍA, 1988, p.09)

Sendo assim, quando se ensina através da resolução de problemas, ajuda-se os alunos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, habituando-os a determinar por si próprios respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, ao invés de esperar uma resposta já pronta dada pelo professor ou pelo livro-texto.

No que se refere ao se ensinar resolver problemas, POZO e ECHEVERRÍA acrescentam que não é suficiente "dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes" mas faz-se

necessário "Criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta". (POZO e ECHEVERRÍA, 1988, p. 14)

Porém não basta apenas ensinar a resolver problemas, mas incentivar que o aluno também proponha situações problema, partindo da realidade que o cerca, que mereçam dedicação e estudo. Incentivar o hábito pela problematização e a busca de respostas de suas próprias indagações e questionamentos, como forma de aprender.

Para que uma determinada situação seja considerada um problema, deverá implicar em um processo de reflexão, de tomada de decisões quanto ao caminho a ser utilizado para sua resolução, onde automatismos não permitam a sua solução imediatamente.

É importante a participação do aluno na determinação de situações-problema pois o que é desconhecido para alguns, pode ser resolvido muito rapidamente por outros. O problema deverá ser uma situação diferente da que já se tenha trabalhado, mas que se utilize de técnicas e estratégias já aprendidas para a sua solução.

Quando a prática nos proporcionar a solução direta e eficaz para a solução de um problema, escolar ou pessoal, acabaremos aplicando essa solução rotineiramente, e a tarefa servirá, simplesmente, para exercitar habilidades já adquiridas'. (POZO e ECHEVERRÍA, 1998, p. 17)

A resolução de problemas tem grande poder motivador para o aluno, pois envolvem situações novas e diferentes atitudes e conhecimentos.

Para que seja possível a resolução de um problema são necessários várias habilidades:

Em POZO e ECHEVERRÍA (1998) encontram-se os "passos necessários para resolver um problema, segundo Poya." (quadro 1)

Na compreensão de um problema não é suficiente compreender as palavras, a linguagem e os símbolos apresentados mas é imprescindível assumir a busca da sua solução; superando dificuldades e obstáculos apresentados.

Os mesmos autores apresentam "algumas técnicas que ajudam a compreender melhor os problemas.

Após a compreensão do problema, urge a elaboração de um plano que permita a sua resolução, isto é, quais os procedimentos que deverão ser utilizados para que seja alcançada a meta final.

O terceiro passo é a execução do plano elaborado seguindo-o passo a passo.

E finalmente chega-se a última fase que é o retrospecto, revendo todo o caminho percorrido para se chegar a solução, podendo auxiliar na determinação e correção de eventuais erros.

Quadro 1

Compreender o problema

Qual é a incógnita? Quais são os dados?

Qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? É suficiente? Redundante? Contraditória? Conceber um plano

Já encontrou um problema semelhante? Ou já viu o mesmo problema proposto de maneira um pouco diferente?

Conhece um problema relacionado com este? Conhece algum teorema que possa lhe ser útil? Olhe a incógnita com atenção e tente lembrar um problema que lhe seja familiar ou que tenha a mesma incógnita, ou uma incógnita similar.

Este é um problema relacionado com o seu e que já foi resolvido. Você poderia utilizá-lo? Poderia usar o seu resultado? Poderia empregar o seu método? Considera que seria necessário introduzir algum elemento auxiliar para poder utilizá-lo?

Poderia enunciar o problema de outra forma? Poderia apresentá-lo de forma diferente novamente? Refira-se às definições.

Se não pode resolver o problema proposto, tente resolver primeiro algum problema semelhante. Poderia imaginar um problema análogo um pouco mais acessível? Um problema mais geral? Um problema mais específico? Pode resolver uma parte do problema? Considere somente uma parte da condição- descarte a outra parte. Em que medida a incógnita fica agora determinada? De que forma pode variar? Você pode deduzir dos dados algum elemento útil? Pode pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? Pode mudar a incógnita? Pode mudar a incógnita ou os dados, ou ambos, se necessário, de tal forma que a nova incógnita e os novos dados estejam mais próximos entre si?

Empregou todos os dados? Empregou toda a condição? Considerou todas as noções essenciais concernentes ao problema? Execução do plano

Ao executar o seu plano de resolução, comprove cada um dos passos. Pode ver claramente que o passo é correto? Pode demonstrá-lo? Visão retrospectiva

Pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio?

Pode obter o resultado de forma diferente? Pode vê-lo com apenas uma olhada? Você pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema? (POZO e ECHEVERRÍA, 1998, p.23)

Quadro 2

Fazer perguntas do seguinte tipo-

-Existe alguma palavra, frase ou parte da proposição do problema que não entendo? - Qual é a dificuldade do problema? -Qual é a meta?

-Quais são os dados que estou usando como ponto de partida? -Conheço algum problema similar?

-Tomar a propor o problema usando seus próprios termos. -Explicar aos colegas em que consiste o problema.

-Modificar o formato da proposição do problema (usar gráficos, desenhos, etc.) -Quando é muito geral, concretizar o problema usando exemplos.

-Quando é muito específico, tentar generalizar o problema. (POZO e ECHEVERRÍA, 1998, p.25)

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA

A utilização da resolução de problemas na prática educativa da matemática é uma metodologia que deve merecer atenção por parte de todos professores.

É a partir deles que se pode envolver o aluno em situações da vida real, motivando-o para o desenvolvimento do modo de pensar matemático.

A motivação natural está no estudo de problemas reais e em grande parte físicos. Praticamente todos os grandes ramos da matemática surgiram em resposta a tais problemas e certamente no nível elementar essa motivação é genuína. Talvez pareça estranho que a grande significação da matemática resida fora da matemática, mas deve-se contar com esse fato. Para a maioria das pessoas, inclusive os grandes matemáticos, a riqueza e os valores que se ligam à matemática derivam de seu uso no estudar o mundo real. A matemática é um meio que conduz a um fim. Empregam-se conceitos e raciocínios para atingir resultados no tocante a coisas reais'. (KLINE, 1976, p.182)

Quando se propõe aplicar a resolução de problemas no ensino da matemática, refere-se a problemas não rotineiros e algorítmicos, onde o aluno muitas vezes pergunta "a conta é de mais ou de menos?" Problemas rotineiros não avaliam, por si só, atitudes, procedimentos e a forma como os alunos administram seus conhecimentos.

O professor DANTE, de Rio Claro, classifica-os como problemas padrões" e explica-

Eles são resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos. Não exigem estratégias para a sua solução.

São os problemas tradicionais que aparecem nos finais dos capítulos dos livros didáticos. A solução do problema já está contida no próprio enunciado. A tarefa básica é transformar a linguagem usual para uma linguagem matemática adequada, identificando quais operações ou algoritmos são apropriados para resolver o problema. Esses problemas tem como objetivo recordar e fixar os fatos básicos através dos algoritmos das quatro operações fundamentais e reforçar as relações entre estas operações e suas aplicações nas situações do dia-a-dia. [De um modo geral, eles não suscitam a curiosidade do aluno e nem o desafiam'. (DANTE, 1988, p.85)

É interessante que estes estejam vinculados a fatos e acontecimentos do dia-a-dia do aluno. Neste sentido jornais e revistas podem ser utilizados como fontes de materiais para desenvolver este tipo de trabalho.

Os problemas reais podem surgir de um simples anúncio de venda de um imóvel que contenha a planta do apartamento e sua localização. A partir dele pode-se trabalhar com escala, área, orientação espacial, perímetro, custo de materiais, confecção de maquetes, sólidos geométricos, custo e tudo o que a criatividade e a motivação permitirem.

Também pesquisas de opinião são fontes valiosas para este tipo de trabalho, permitindo a discussão de como uma pesquisa é realizada, como se realiza a coleta de dados, a tabulação, a análise e a interpretação dos dados estatísticos, porcentagem, tabelas, gráficos, e o porquê de se fazer pesquisa estatística.

Quando se utiliza esse tipo de material, que é de baixo custo, os alunos podem participar ativamente colaborando com material que tenha despertado a sua atenção e curiosidade.

É possível, também, questionar eventuais erros de impressão, de informação, causas e consequências destes.

O trabalho com artigos de jornal ou revista serve, entre outras coisas, para relacionar o conteúdo matemático com suas aplicações e implicações, contribuindo assim para que os conteúdos explorados adquiram significado'. (SMOLE e CENTURIÓN, 1992, p.6 e 7).

Um outro tipo de estratégia também utilizado na resolução de problemas é que os próprios alunos elaborem situações-problema inseridas no seu contexto social, cultural, econômico e político.

Quanto a isso as mesmas autoras acrescentam:

‘É, pois, fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou raciocínio lógico’. (SMOLE e CENTURIÓN, 1992, p.9)

A elaboração pode ser individual ou em grupos pequenos, sendo posteriormente agrupados em um lista para serem discutidos e resolvidos. Os problemas podem envolver quaisquer conteúdos que sejam do domínio dos alunos. MANDEL (1994) afirma ser positivo o fato de que neste procedimento:

Os tópicos abordados nos problemas refletem interesses pessoais dos alunos, como os esportes que praticam, os conjuntos de música que mais gostam, preços de roupas, carros, vídeo-games, etc., tornando os enunciados mais significativos para eles’. (MANDEL, 1994, p.10)

Quando os alunos criam os problemas para serem discutidos, resolvidos e analisados muitas vezes surgem erros: excesso ou falta de informação, valores absurdos, respostas erradas, linguagem e termos inadequados. Refletir sobre os erros também é enriquecedor.

Num livro didático, tais problemas seriam considerados frutos de descuido ou despreparo do autor e, como tais, seriam descartados. Nas listas, a coerência de um problema 'defeituoso' é aceitável, e o problema é discutido como todos os demais. Discernir entre o que é necessário, e o que não é, faz parte da boa resolução de problemas em qualquer área, não só em matemática". (MANDEL, 1994, p.10)

A autora acrescenta ainda que- 'Os alunos se dão conta que nem sempre uma discrepância no resultado é falha deles. Isso lhes dá maior segurança para resolverem problemas em outras situações. O erro passa a ser visto, por muitos alunos, como uma possibilidade e ocorrência natural'. (MANDEL, 1994, p.10)

E finaliza sua exposição reforçando que esta é mais uma ferramenta muito valiosa, a ser utilizada na tarefa de ensinar matemática. " Ela não substitui as muitas outras ferramentas que nós, professores, usamos. Ela é, sim, uma a mais para ser usada (MANDEL, 1994, p.11)

[]ANTE (1988), em sua tese de Livre Docência propõe a resolução de problemas nas primeiras cinco séries do primeiro grau. Para ele os objetivos na resolução de problemas são: 1. Fazer o aluno pensar produtivamente. 2. Desenvolver o raciocínio do aluno.

3. Preparar o aluno para enfrentar situações novas.

4. Dar oportunidade aos alunos de se envolverem com aplicações da matemática.

5. Tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras.

6. Equipar o aluno com estratégias e procedimentos que auxiliam na análise e na solução de situações onde se procura um ou mais elementos desconhecidos.

7. Dar uma boa alfabetização matemática ao cidadão comum.

O aluno pensa produtivamente quando é estimulado e desafiado, sendo para isso necessário envolvê-lo em situações-problema para serem resolvidas.

Com isso ele irá raciocinar logicamente para indicar soluções que possam resolver os problemas.

O ser humano, em sua vida, quase sempre se depara com situações novas em que deve agir com criatividade, independência e espírito explorador. É possível através de situações-problema desenvolver no aluno desde cedo este tipo de iniciativa.

Com a utilização de jornais e revistas é possível fazer com que os alunos se envolvam com as aplicações da matemática como já foi apresentado anteriormente.

Um bom problema pode tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras, pois proporcionam um maior envolvimento no processo e resolução aguçando a criatividade e colaborando com o desenvolvimento de estratégias que possam ser aplicadas em diferentes situações.

Se durante a vida escolar forem dadas oportunidades ao aluno de se envolver com diferentes situações-problema, quando adulto agirá com inteligência e naturalidade ao ter que enfrentar seus problemas da vida diária, sejam eles de ordem econômica, política e social. DANTE (1988) faz a classificação de problemas em 1. Exercícios de reconhecimento;

2. Exercícios de algoritmos;

3. Problemas padrões (já citados anteriormente): são necessários, porém não devem ser predominantes-,

4. Problemas-processo ou heurísticos. Argumenta que este tipo de problema exige do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução e, por isso, tornam-se mais interessantes do que os problemas padrões. Eles aguçam a curiosidade do aluno e permitem que o mesmo desenvolva sua criatividade, a sua iniciativa e seu espírito explorador. E, principalmente, inicia o aluno ao desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema o que, em muitos casos é mais importante que a própria resposta correta das mesmas. (DANTE, 1988, p.86 e 87).

5. Problemas de aplicações ou situações-problema. Usando conceitos técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabela, traçando gráficos, tirando informações a partir dos dados e dos gráficos, fazendo operações, etc. Em geral exigem pesquisa e levantamento de dados ... eles podem ser apresentados em forma de projetos e serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática.

6. Problemas de quebra-cabeça.

Nesta sua classificação, DANTE é criticado por LOPES (1994), segundo ele-
 “Tais classificações pouco auxiliam os professores na compreensão e exploração das atividades de resolução de problemas e expressam uma visão reducionista no que se refere a objetivos didáticos e educacionais pretendidos pela Educação Matemática.” (LOPES, 1994, p.34). Acrescenta ainda que – “Os professores, ao planejarem seu

trabalho, selecionando atividades de resolução de problemas, devem estabelecer claramente os objetivos que pretendem atingir. Para se desenvolver uma boa atividade, o que menos importa é saber se um problema é de aplicação ou de quebra-cabeça. O principal é analisar o potencial do problema no desenvolvimento de capacidades cognitivas, procedimentos e atitudes e na construção de conceitos e aquisição de fatos da Matemática. O melhor critério para organizar um repertório é selecionar, ou mesmo formular, problemas que possibilitem aos alunos pensar sobre o próprio pensamento, que os coloquem diante de variadas situações.” (LOPES, 1994, p.40)

Em Pozo, ECHEVERRÍA justifica a utilização de resolução de problemas-
 “... em função dos seus valores formadores do desenvolvimento de estratégias de pensamento e raciocínio. ... a Matemática é o idioma das ciências e da tecnologia. Nesse sentido, aprender a resolver problemas matemáticos e a analisar como os especialistas e os não- especialistas resolvem esse tipo de tarefas pode contribuir para um aumento do conhecimento científico e tecnológico de maneira geral. ... a complexidade do mundo atual faz com que esse tipo de conhecimento seja uma ferramenta muito útil para analisar certas tarefas mais ou menos cotidianas como, por exemplo pedir um empréstimo, analisar os resultados eleitorais, jogar na Loteria Esportiva ou tomar decisões no âmbito do consumo diário.” (POZO, 1998, p.45)

Para a autora existem diferenças entre exercício e problema. No primeiro o aluno não precisa decidir sobre o procedimento a ser utilizado para se chegar à solução. Exemplifica- “as tarefas em que precisa aplicar uma fórmula logo depois desta ter sido explicada em aula, ou após uma lição na qual ela aparece explicitamente... servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas...” (POZO, 1998, p. 48)

Já os problemas exigiriam reflexão, questionamentos e tomada de decisões. DANTE (1988) também faz esta diferenciação onde exercício 99 “... serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo.” E problema " é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não temos previamente nenhum algoritmo que garanta a sua solução.”(DANTE,1988, p.86)

Para este autor, a resolução de um problema "exige uma certa dose de iniciativa e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias."Um bom problema deve ser desafiador, mas possível de ser resolvido, real, interessante e que propicie várias estratégias de solução.

Tanto os exercícios quanto os problemas têm seu valor, cabe ao professor manter um equilíbrio dos mesmos durante o ano letivo.

É pertinente lembrar que esta metodologia é mais uma forma de enriquecer o trabalho do professor no processo ensino-aprendizagem, portanto deverá ser devidamente dosada e intercalada com outras formas de trabalho.

O PAPEL DO PROFESSOR

Quando o professor adota a metodologia da resolução de problemas, seu papel será de incentivador, facilitador, mediador das idéias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos.

Deve criar um ambiente de cooperação, de busca, de exploração e descoberta, deixando claro que o mais importante é o processo e não o tempo gasto para resolvê-lo ou a resposta final.

Dado um problema para ser resolvido em grupo ou individualmente, é importante que o professor:

Permita a leitura e a compreensão do mesmo;

Proporcione a discussão entre os alunos para que todos entendam o que se busca no problema- Propicie a verbalização;

Não responda diretamente as perguntas feitas durante o trabalho e sim incentive-os com novos questionamentos, idéias e dicas;

Após a determinação da solução pelos alunos, discuta os diferentes caminhos de resolução, incentivando para soluções variadas- Também discuta soluções errôneas; Estimule a verificação. DANTE (1988) sugere que sejam apresentadas diferentes estratégias para a resolução de problemas de modo que o aluno possa diversificar a sua ação. São elas:

1. Tentativa e erro organizada.
2. Procura de padrões ou generalizações.
3. Resolvendo antes um problema mais simples.
4. Reduzindo à unidade.
5. Fazendo o caminho inverso.

Cuidados que se deve ter: longas listas de problemas são desmotivadoras, assim como constantes fracassos e repetições são frustrantes. Para evitar essas atitudes convém:

Apresentar poucos problemas com graduação de dificuldades e aplicação de diferentes estratégias.

A linguagem deve ser simples evitando a não compreensão do problema.

Permitir o uso de materiais concretos.

Evitar valorizar a resposta e sim todo o processo para determiná-la.

Incentivar as descobertas do aluno, a diversidade de estratégias utilizadas, a exposição de dificuldades, a análise e verificação da solução, a criação de novos problemas e a identificação do erro, para que através dele possa compreender melhor o que deveria ter sido feito.

Sendo assim, o professor deve propor situações-problema que possibilitem a produção do conhecimento, onde o aluno deve participar ativamente compartilhando resultados, analisando reflexões e respostas, enfim aprendendo a aprender.

BIBLIOGRAFIA

ADLER, Irving. **Matemática desenvolvimento mental**. São Paulo: Cultrix, 1970.

AUSUBEL, P D. et al. **Psicologia Educacional**. Tradução Eva Nik. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1990.

BOCHNER, Salomon. **El papel de la matemática en el desarrollo de la ciência**. Madrid: Alianza Editorial, 1991.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática**. Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DEMO, P. **Educação e qualidade**. Campinas: Papirus, 1996.

KLING, Morris. **O fracasso da matemática moderna.** Tradução Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.

LOPES, Antonio José et al. **Resolução de problemas: observações a partir do desempenho dos alunos.** A educação matemática em revista. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) Ano II – n.º 3 e 2 semestre 94 p. 33-40.

MANDEL, Ambrogio Giacomo. **A filosofia da matemática.** Lisboa: Edições 70, sem data.

MEDEIROS, Cleide Farias de. **Por uma educação matemática como instrumento intersubjetividade.** In: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.). **Educação matemática.** São Paulo: Moraes, 1988.

MOREIRA, M. A e MANSINI, E. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel.** São Paulo: Moraes, 1982.

PATERLINI, Roberto Ribeiro. **Fórmula versus algoritmo da resolução de um problema.** RPM n.º 27, 1.º quadrimestre de 1995.

RONCA, A C C. **Aprendizagem significativa.** In Penteadó, W.M.A (org) Psicologia e ensino. São Paulo: Papelivros, 1980.

SMOLE, Kátia C.S. e CENTURIÓN, Marilia. **A matemática de jornais e revistas.** RPM n.º 20, 1.º quadrimestre de 1992.