

Pensamento Combinatório: Uma análise baseada na Estratégia Argumentativa

Janete Bolite Frant (CEDERJ)

Mônica Rabello de Castro

Tânia Lima

Resumo

Apresentaremos uma investigação sobre a produção de significados para objetos matemáticos cuja análise está fundamentada no modelo da Estratégia Argumentativa. Esta pesquisa se caracteriza por um estudo de caso e ocorreu numa turma de sexta série do ensino fundamental. Três alunos foram filmados e entrevistados ao trabalharem numa atividade envolvendo um problema combinatório. Aprofundamos e melhor caracterizamos o modelo de análise apresentado anteriormente na ANPED 23. Apresentaremos e discutiremos o processo de desenvolvimento das argumentações, das ações, dos estudantes. Os resultados mostram que os alunos utilizam o mesmo processo de raciocínio que utilizam na aprendizagem do cotidiano. Encontramos diferentes modos de representar e solucionar o mesmo problema. Discutimos ainda as implicações desses resultados e da proposta de introduzir atividades de pensamento combinatório nos ciclos iniciais da escola fundamental.

Abstract

We present an investigation for meaning production of mathematical objects based on argumentative strategy model. This investigation took place in a middle school in Brazil. It is a case study research, we videotaped three students while working on a combinatorics problem. We further develop the argumentative model, presented in previous PME conference, and exhibit an example of the development process of student's actions. Results show that students used ways of reasoning for learning from everyday situations similar to ways for raising their conjectures in classroom. We found three different ways of representing and solving the problem: organizing by cases, trial and error, and drawing tree diagram.

1.0 Introdução

O currículo de matemática vem sofrendo modificações nas últimas décadas no Brasil e no exterior. Os *standards* nos Estados Unidos, a reforma Espanhola e a reforma em Portugal são alguns exemplos. As propostas internacionais, especialmente a espanhola, tiveram um papel forte na elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN. Podemos observar as sugestões de mudanças em relação ao uso de tecnologias e em relação ao método de ensino que visa dar condições para um olhar

mais democrático da escola que forma os futuros cidadãos. Os resultados de pesquisa em Educação Matemática apontam novos objetos de investigação a linguagem, as narrativas e o discurso em sala de aula (Lerman 1998, Borasi 1998, Nemirovsky 1999). Os PCN sugerem que o desenvolvimento dos pensamentos probabilístico e combinatório deva permear a escolaridade matemática desde os ciclos iniciais do ensino fundamental.

Esta apresentação quer discutir ambos os temas, a introdução de atividades envolvendo combinatorial no terceiro ciclo da escola fundamental e o papel da linguagem na produção de significados para objetos matemáticos. Para tal, apresentaremos um estudo de caso envolvendo três alunos que foram filmados, em videotape, e entrevistados durante o trabalho com uma atividade.

Identificaremos as estratégias usadas pelos estudantes ao resolver o problema em questão, analisaremos os diferentes argumentos baseados no modelo da Estratégia Argumentativa (Frant and Rabello 2000) e discutiremos os resultados frente as propostas dos PCN.

2.0 Fundamentação Teórica: O que é Estratégia Argumentativa?

2.1 Definindo Argumento

A palavra Argumento está cada vez mais corrente, quer por professores quer por pesquisadores, que buscam melhor compreender o processo de cognição para melhor atuar no processo de ensino. No entanto, o fato de ser cada vez mais empregada de modo demasiadamente amplo ou descuidado favorece diferentes interpretações; de modo que faz-se importante definir como, em nossa pesquisa, usamos o termo argumento.

Ao observar os diálogos do cotidiano, sempre que alguém quer convencer um outro alguém (que pode ser a si próprio) lança mão de argumentos. Aquele que argumenta se dirige a outro intencionalmente, portanto o argumento é sempre dependente da hipótese sobre as preferências e os sabers do auditório (audiência). Um dos principais objetivos da argumentação é convencer uma determinada audiência sobre uma idéia ou tese.

É necessário portanto que o sujeito falante, aquele que está fazendo afirmações, leve em conta as crenças, as convicções e as reações da audiência. A argumentação do orador tem como objetivo atingir esta audiência e iniciar uma ação. As replicas da

audiência leva o orador a reformular ou melhorar suas hipóteses e, sobretudo, a reorganizar seus argumentos nas diferentes partes de seu discurso.

A aceitação de qualquer conjectura de uma argumentação não implica na aceitação da tese, este fato pode ser entendido como uma situação temporária. Os argumentos são estabelecidos entre as enunciações de modo a persuadir um determinado público sobre uma idéia.

2.2 O Modelo

O modelo que apresentaremos foi elaborado para explicar os episódios nos quais as negociações acontecem, quando existem acordos ou controvérsias, quando um aluno tenta convencer o outro (ou a si próprio) de uma idéia.

As diferentes maneiras com que o estudante costura as conjecturas que ele acredita que já estão aceitas pelo grupo a que se dirige com aquelas que ele quer que o grupo aceite vão determinar o tipo de argumento que está sendo usado.

O Modelo da Estratégia Argumentativa (MEA) é um modelo alternativo para análise do discurso em sala de aula. Buscamos interpretar a produção de significados baseados nos argumentos utilizados ao invés das palavras. O contexto de uma enunciação é fundamental para sedimentar os acordos, que são as bases para ação de argumentar.

Um exemplo ilustra a diferença entre analisar os argumentos e as palavras. Suponha que um amigo acordou com pressa e colocou uma calça listada, uma blusa quadriculada e uma meia de bolinhas e ainda por cima as cores de cada peça eram tipo neon e não se combinavam. Quando ele chega na escola alguém diz “puxa, mas como fulano está bonito!” Se pautarmos nossa análise em palavras, sem contexto, a palavra bonito tem uma conotação de prazer, de aprovação. No entanto, neste contexto quer significar justamente o contrário.

Nossa premissa, ponto de partida, é que o processo de produção de significados para objetos matemáticos é similar ao processo de produção de significados para objetos do cotidiano. A linguagem ordinária, do dia-a-dia é regida pelas relações dialógicas e ambíguas entre os indivíduos e suas regras de utilização são baseadas em práticas sociais que devem ser reveladas através da análise dos argumentos.

A análise de um episódio requer a recriação do contexto da enunciação. É necessário descrever este episódio através de um esquema, no qual está presente o argumento que está sendo utilizado pelo orador, através de afirmações simples. A montagem de cada passo da argumentação começa com a identificação e a avaliação da

regra de inferência que deu suporte para a tese enunciada. Assumimos que cada elemento está presente no esquema argumentativo por ser essencial ao mesmo. As interpretações são feitas baseadas neste esquema.

A compreensão de uma afirmação não se limita a avaliação do contexto no qual o discurso acontece, é importante entender o papel de tal afirmação dentro da argumentação. Assim, procuramos entender de que modo as intenções do falante determinam suas escolhas sobre questões operacionais (ou pequenas questões) através das quais a questão principal se efetiva.

3.0 Metodologia

Esta pesquisa aconteceu em Minas Gerais, Brasil. Os sujeitos observados foram três alunos do terceiro ciclo do ensino fundamental. Esses alunos foram escolhidos de uma lista de estudantes que se voluntariaram a participar da pesquisa. Eles retornavam a escola num período distinto das aulas regulares. Os pais, responsáveis, por esses alunos assinaram uma carta de permissão legalizando a utilização dos dados aqui encontrados e permitindo o retorno à escola.

A coleta de dados constou de trabalhos escritos em sala de aula, trabalho de discussão em grupo, entrevistas individuais e em grupo, o diário de bordo da pesquisadora, vídeos e transcrições dos vídeos.

A área de combinatória foi o conteúdo privilegiado. A atividade consistiu do clássico problema de aperto de mãos., que figura nos currículos ou nos conteúdos de livro-texto do ensino médio.

Este problema foi escolhido pois trazia uma perspectiva distinta da encontrada até então nas pesquisas sobre pensamento combinatório. Não é um problema que envolve material concreto como ocorreu em pesquisas anteriores (veja PME 1997). Um outro ponto importante, é que o problema oferece o resultado, 66 apertos de mão, ao invés de perguntar qual seria o total, e trata-se de um problema que raramente é utilizado com turmas do ensino fundamental que não estudam análise combinatória e suas regras.

A Atividade

Leia com atenção o problema abaixo

Em uma reunião, algumas pessoas compareceram. Elas se cumprimentavam umas as outras apertando suas mãos. Uma pessoa

observa que no total foram 66 apertos de mãos. Quantas pessoas estavam nesta reunião?

Como você pensou para resolve-lo?

O trabalho era realizado num grupo de 3 alunos. Enfatizamos, junto aos estudantes, que nós estávamos interessadas em tudo que eles escrevessem, desenhassem, ou falassem com um colega enquanto estivessem trabalhando nesta atividade. Estas eram as instruções iniciais para guiar o trabalho:

- Compartilhar suas idéias com o grupo,
- Levantar questões sobre a situação-problema,
- Registrar inicialmente suas idéias o mais próximo possível da forma com que as tinham;
- Registrar em seguida suas idéias de modo que seus colegas e professores pudessem entendê-las.

O foco da análise recaiu sobre: 1)reconstruir seqüências coerentes de raciocínio; 2) Completar os implícitos nas falas dos estudantes; 3) Identificar os significados produzidos; 4)caracterizando os argumentos através de esquemas; 5) interpretar esses esquemas.

3.0 Discussão de Resultados

A Estratégia Argumentativa foi organizada baseada em quatro episódios que estruturam a essência dos diálogos que ocorreram entre os participantes desta pesquisa.

- Primeiro Episódio Justificando os resultados
- Segundo Episódio Algebrizando
- Terceiro Episódio Experimentando com outros números
- Quarto Episódio Avaliando a atividade

Os estudantes sentavam ao redor de uma mesa e recebiam a folha de atividade. Era explicitamente pedido que compartilhassem suas idéias com o grupo. Esta técnica certamente favorecia o diálogo entre eles e ao mesmo tempo favorecia que cada um registrasse seu modo de pensar e sua solução inicial antes da interação com esse grupo.

O primeiro episódio ficou caracterizado pelo compartilhar dos resultados individuais. Cada aluno explicava aos outros como havia pensado o problema e que estratégias utilizou para resolve-lo.

É interessante notar que obtivemos três representações distintas para suas soluções, apesar de estarem em grupo. Um diagrama de árvore, uma tabela de ensaio e erros e uma organização por casos.

Na apresentação mostraremos as diferentes representações e discutiremos algumas implicações de cada produção de significados.

Primeiro Episódio

Elisa

Tese: 66 é múltiplo de 12
Argumento: ordem

Tese: A resposta é 12 pessoas
Argumento: exemplo/aproximação por falta ou excesso.

Leandro

Tese: 12 não é múltiplo de 66, 11 é.
Argumento: implicação

Tese: A solução são 12 pessoas.
pessoa zero aquela que não aperta a mão de ninguém
2 persons = 1 aperto
3 persons = 1 + 2 apertos ...
Argumento: indução

(**Argumento Aceito**)

Julia

Tese: 2 pessoas = 1 aperto de mão
Argumento: exemplo

Thesis: The solution is 11 persons

$$\frac{\text{letras}}{\text{duplas}} = \frac{\text{pessoas}}{\text{apertos}}$$

Argumento: analogia e metáfora

Quando cada aluno mostrou e justificou sua resposta, a pesquisadora levantou uma questão relacionada a estratégia apresentada por Leonardo e este foi o disparador do Segundo episódio.

Segundo o grupo a estratégia de Leonardo permitia resolver o problema para *qualquer* número de apertos de mãos. Este fato influenciou a aceitação por parte do grupo. A idéia de ser válido para qualquer número traz embutida o pensamento algébrico, como vemos na fala de Elisa.

L62-E- ... o dele é mais lógico que o nosso. Mas...

L66-E- É mais simples. Porque é a tentativa mais lógica. Porque a última pessoa não cumprimenta mais ninguém. Neste caso ele fez assim, ele não sabe quantas pessoas tem lá...então ele assume o valor x .

Pensar e conversar sobre a estratégia de Leandro levou os alunos a estabelecerem uma regra para resolver este problema..

Quando se deram conta de que estavam generalizando a solução do problema, os estudantes começaram a se preocupar com a linguagem e acabam utilizando uma linguagem que eles achavam mais apropriada para matemática. A regra que estavam buscando serviria para determinar o número de pessoas para qualquer número de aperto de mãos.

Neste interim uma longa e vívida discussão ocorreu até que desenvolvessem uma regra. Um dos estudantes foi ao quadro para registrar as contribuições do grupo. A representação da solução do problema no quadro foi constantemente revista e modificada ao longo da discussão. A pesquisadora entrevistou novamente perguntando-- E se fossem registrados 72 apertos de mãos? Daí o surgimento do terceiro episódio, caracterizado pela exploração de diferentes números para os apertos de mãos.

Vale observar que todos disseram que 72 não era um bom número para o problema.

L100-L- Este [número]...não dá. 78 apertos funciona.

Depois dos alunos experimentarem sua regra para diversos números e se satisfizerem com as respostas, a pesquisadora pediu a eles que avaliassem a atividade, falando de seus sentimentos e descobertas.

Quarto Episódio

Elisa

Tipo de Argumento: Analogia

Respostas iguais e maneiras diferentes de resolver =coisas iguais e pensamentos diferentes

Leandro

Tipo de Argumento: Exemplo

Existe um método que [de fato] ensina

Julia

Tipo de Argumento: Modelo

A professora nos ensinou a sermos nosso próprio professor

Tese Única:

Este modo de ensinar faz o estudante descobrir como e porque as coisas funcionam

5.0 Implicações para a Pesquisa e para a Sala de Aula

Os estudantes que participaram desta pesquisa foram além de apresentar e compartilhar soluções, eles agiram sobre textos distintos. Identificando padrões e regularidades, sugerindo revisões e modificando suas próprias interpretações. Estas interações ajudaram a construir o consenso. A produção de conhecimento envolve este ir e vir entre construir e refinar estratégias.

É importante avançar em pesquisas que estudem a dinâmica deste processo, isto é, como ocorre a produção de significados em campos semânticos distintos? Como elaborar atividades que não escamoteiem este processo de saltos e rupturas em simples passagens? Não é a mesma coisa usar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo; a multiplicação no caso combinatório é mais complexa que na adição de parcelas iguais.

Quanto aos argumentos vimos que num primeiro momento os estudantes justificaram suas respostas utilizando exemplos e analogias. Num Segundo momento refinaram a linguagem e utilizaram representações simbólicas.

Nos dois episódios, iniciais, os argumentos eram do tipo quasi lógicos, por exemplo, tautologies, indução, implicação e definição. Cabe observar uma mesma proporção de argumentos de comparação e ordem, por exemplo, modelo e analogia, que são tipos de argumentos que aparecem nas conversações do dia-a-dia. Esses argumentos são utilizados quando não é mais possível utilizar o raciocínio formal e eles são quase que proibidos nas salas de aula de matemática.

É importante aprofundar a pesquisa em relação ao tipo de argumentação utilizado pelos alunos na elaboração de soluções. e chavões ele utilizará e produzirá significados para e com símbolos.

Salientamos que os argumentos utilizados pelos alunos revelaram um forte poder de persuasão, os alunos sentiram mais confiança em aceitar uma tese quando esses argumentos eram utilizados.

É necessário também promover um ambiente de discussão livre e aberta na sala de aula. Se o aluno puder falar matemática sem ser obrigado a usar exclusivamente símbolos e a não terminar um problema quando encontrou uma resposta estaremos favorecendo a aprendizagem. Como disse Elisa:

L 119-E- Igual eu falei pra você [professora] o problema de todas as crianças e adolescents, da nossa idade, a gente sabe resolver,...,mas na hora de onde que vem isso, a gente não sabe colocar isso no papel. Se colocar na conta eu sei fazer...a gente geralmente não aprendeu como

fazer,...a gente deveria... hoje na sua aula você pediu para explicar porque, porque isso pra gente... todo professor podia adotar este método que ajuda a gente aprender.

L122-E-...pondo isso nesse método eu pelo menos tô aprendendo mais.

Não posso dar a resposta eu tenho que ensinar.

Finalizamos com a frase de Julia que exprime que o que fica é aprender como se aprende:

L124-J-Você está nos ensinando a ser professor da gente mesmo. A gente treinar a explicar o que a gente está fazendo...vai chegar num momento que a gente não vai lembrar e vai lembrar disso, e a gente vai poder resolver.

Bibliography

Borasi,R. 1998. Supporting Students' Mathematical Inquires Through Reading. JRME-NCTM v 29 n 4, p. 378-413

Frant,J.B. & Powell,A.B. 1997. Communicating Mathematical Ideas: Reflecting and Convincing. Proceedings of the 21st PME. Lahti-Finland

Frant, J; Rabello de Castro, M & Lima,F. 2000. Investigating Function from a Social Representation Perspective. PME 24. Hiroshima-Japan

Lerman, S. 1998. A moment in the zoom of a lens: towards a discursive psychology of mathematics teaching and learning. PME 22 Stellenbosch, South Africa.