CONCEITOS GEOMÉTRICOS E FORMAÇÃO DE PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Educação Matemática – GT19

Ana Lúcia Manrique

Maria José Ferreira da Silva

Saddo Ag Almouloud

PUC/SP

1. INTRODUÇÃO

O trabalho que apresentamos faz parte de um projeto de pesquisa (financiado pela FAPESP) que tem como objetivo estudar os fatores e as estratégias suscetíveis de influenciar o ensino e a aprendizagem de noções geométricas nas séries finais do ensino fundamental.

A análise do sistema educativo, do discurso dos professores e dos jogos que envolvem a própria geometria, nos permite identificar certos fatores que poderão ser considerados como origem das dificuldades que os professores encontram no processo de ensino e aprendizagem de saberes e de conhecimentos geométricos.

Em relação à formação dos professores:

♦ Possuem uma formação muito precária em geometria;

♦ Os cursos de formação inicial não integram suficientemente uma reflexão profunda a respeito do ensino de geometria;

♦ As modalidades de formação contínua não estão ainda atendendo os objetivos em relação à geometria.

As situações de ensino que estão nos livros didáticos e que são propostas pela maioria dos professores, de uma maneira geral, caracterizam-se pelos seguintes fatos:

♦ Não coordenação de registros de representação semiótica;

♦ Não percepção do importante papel da figura na visualização e nas fases de exploração;

♦ Os problemas propostos privilegiam resoluções algébricas, com poucos exigindo raciocínio dedutivo e demonstração;

♦ O sistema educativo define a política geral de educação, com recomendações e orientações gerais sobre os métodos, os saberes e o saber-fazer. Cada escola define os conteúdos que julgam importantes para a formação dos alunos e, desta maneira, a geometria é freqüentemente deixada de lado.

♦ A passagem da geometria empírica para a geometria dedutiva é quase inexistente.

♦ Poucos trabalhos enfocam a leitura e a interpretação de textos matemáticos.

Além disso, a maioria dos professores do ensino fundamental e médio não está preparada para trabalhar as recomendações e as orientações didáticas e pedagógicas dos PCN.

Em nossa pesquisa, o estudo dos livros didáticos, dos PCN e das informações obtidas a partir dos questionários aplicados revela uma certa realidade do ensino de Geometria e a necessidade de uma formação contínua dos professores. Estes resultados estão nos guiando nas escolhas de nossas hipóteses de trabalho quanto aos conteúdos geométricos e as variáveis colocadas em jogo na formação dos professores, e também, nas escolhas das situações de ensino e aprendizagem da Geometria.

Neste artigo analisaremos, essencialmente, os fundamentos metodológicos e teóricos da pesquisa e os resultados de atividades de formação que realizamos com professores de matemática que participam do projeto.

2. FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS E TEÓRICOS DA PESQUISA

A equipe de pesquisa é composta por pesquisadores, mestrandos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e professores de matemática da rede pública de ensino.

Para obtermos elementos que respondessem as questões propostas em nossa pesquisa, procedemos da seguinte maneira:

♦ Realizamos um estudo diagnóstico: testes, entrevistas individuais e observações;

♦ Elaboramos situações didáticas que envolviam conceitos, construções geométricas, raciocínio, demonstrações e as estudamos no grupo pesquisado visando sua formação para a Geometria. Tais situações eram compostas de atividades que foram tratadas com a ajuda de papel e lápis ou do ambiente informático, com o software Cabri Géomètre II e a linguagem Logo;

♦ Reuniões semanais para análise das atividades dos professores em formação;

♦ Experimentação e análise a posteriori de situações didáticas em salas de aula desses professores;

♦ Observação e estudo das possíveis mudanças na prática e no discurso desses professores.

O processo de formação apoiou-se em três aspectos: os conteúdos geométricos, a formação didática e a análise crítica da prática de sala de aula. Salientamos que a equipe de pesquisa acompanhou de perto todas estas fases, seja em intervenções diretas na formação ou indireta nas atividades de sala de aula.

O trabalho de formação de professores que empreendemos considerou, como já assinalamos, três aspectos que nos pareceram importantes:

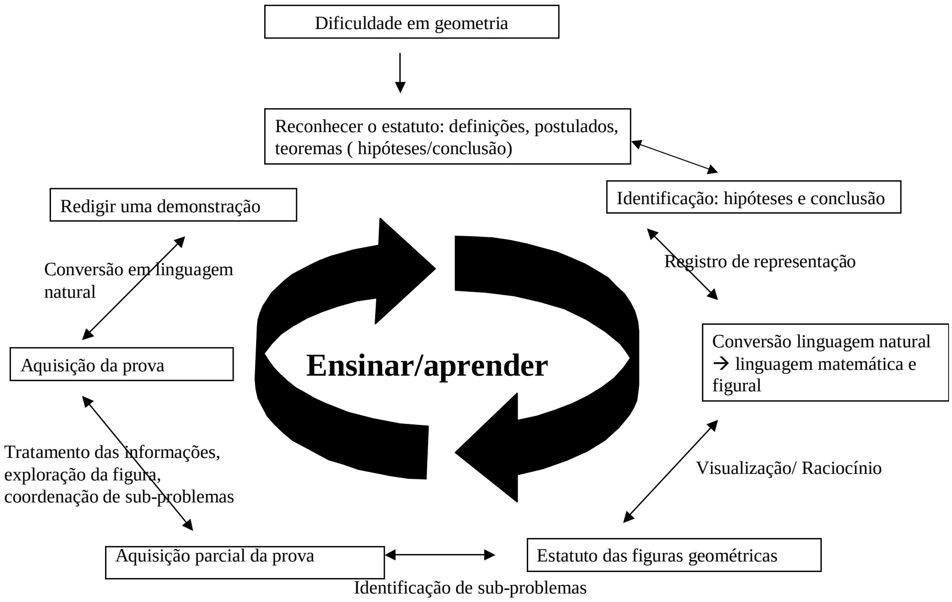
♦ Fazer um trabalho sobre os saberes e o saber-fazer em geometria, tendo por objetivo a formação dos professores participantes do projeto de pesquisa e por hipótese que essa formação lhes permitiria, pelo menos em parte, apropriar-se de certos saberes e conhecimentos geométricos favorecendo um controle significativo destes no processo de ensino e aprendizagem.

♦ Fazer um trabalho de formação em didática tendo por objetivo a construção de instrumentos de análise de situações didáticas que esses professores fossem levados a desenvolver em sala de aula. Nossas observações e de diversos pesquisadores mostram que, de maneira geral, os professores possuem um discurso que contém certos resultados de pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. Mas, eles parecem sentir grandes dificuldades quando levam esse discurso em consideração na construção e experimentação de situações de sala de aula.

♦ Um estudo da prática de ensino desses professores pela equipe de pesquisa e uma análise reflexiva e construtiva pelos professores de suas práticas pedagógicas. Esta análise se fez (seguindo a idéia de Robert, 2001) do ponto de vista da construção de conhecimentos geométricos propostos aos alunos e somente tendo em consideração os aspectos epistemológicos e cognitivos (p. 65). Utilizamos as expressões 'práticas de ensino' e 'prática de sala de aula' seguindo o sentido de Robert (2001):

Reservamos a expressão práticas de ensino ao conjunto de atividades que o professor utiliza no trabalho de classe. As práticas de sala de aula designam tudo o que o professor diz e faz em classe, considerando sua preparação, as concepções e conhecimentos de matemática que tem e de suas decisões instantâneas, conscientes ou não. (Robert, 2001, p. 66)

O trabalho de formação em curso apóia-se essencialmente nos níveis de compreensão de Geometria de Van Hiele (nível da visualização, da análise, da dedução informal, da dedução formal e do rigor) e a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1995), colocando em jogo a importância da coordenação de diferentes registros de representação semiótica, do papel da figura na resolução de problemas geométricos, da leitura e interpretação de textos matemáticos, da constituição de uma rede semântica de objetos matemáticos e de teoremas (e/ou definições) que podem ser utilizados na demonstração. O esquema a seguir resume o processo de construção de saberes e de conhecimentos geométricos que estamos aplicando em nossos professores.



Descrição (adaptada de GERVAZONI, 1999)

1- Conhecer o estatuto das definições, dos postulados e dos teoremas, pois estes são as ferramentas a serem usadas na *demonstração*.

2- Efetuar as mudanças de registros de representação semiótica (linguagens natural, simbólica e figural).

3- Coordenar os registros de representação semiótica ajudará o aluno a se apropriar dos conceitos envolvidos nos problemas com *demonstração*.

4- Compreender, com a visualização-raciocínio o estatuto da figura, e dominar as mudanças de linguagem natural para a linguagem matemática e para a linguagem da figura.

5- Identificar os subproblemas e as ferramentas necessárias para resolvê-los.

6- Organizar de modo lógico as provas parciais a partir do tratamento completo das informações, associado à exploração e à organização de um esquema de *demonstração.*

7- A redação da *demonstração* na linguagem natural completa e a administração geral das provas parciais.

3. ANÁLISE DE ATIVIDADES PROPOSTAS AOS PROFESSORES

No decorrer do trabalho percebemos que os professores pesquisados preferiam e reivindicavam um trabalho voltado para a geometria métrica, alegando ser um conteúdo necessário para sua prática de sala de aula e com utilização no cotidiano. No entanto, notamos que uma das dificuldades desses professores estava relacionada ao conceito de distância, pois nos momentos em que esse conhecimento foi necessário para que a atividade fosse realizada com sucesso, os professores o apresentavam de forma incompleta e errônea. Falsas concepções, como por exemplo de reta e perpendicularismo de retas, faziam com que esses professores não conseguissem resolver problemas, que para nós, eram básicos em geometria.

A seguir, com o intuito de esclarecer essas afirmações, iremos analisar algumas situações que envolviam o conceito de distância em conteúdos diferentes: quando iniciamos o trabalho com o software Cabri-géomètre; com a manipulação e observação de objetos e com triângulos.

1ª. Situação: Cabri-géomètre

A seqüência didática foi iniciada em 27 de abril de 2000, no primeiro encontro. Seu objetivo era familiarizar os professores com os menus e principais ferramentas do Cabri Géomètre II mostrando algumas possibilidades que o programa oferece. Dentro do conjunto de atividades da seqüência, selecionamos a atividade que os professores necessitaram do conceito de distância.

<u>Atividade 02</u>: uma propriedade da bissetriz

a) A partir de um ponto e duas semi-retas construa um ângulo qualquer.

b) Trace a bissetriz desse ângulo.

c) Crie um ponto sobre a bissetriz e meça a distância desse ponto aos lados do ângulo.

d) Movimente o ponto sobre a bissetriz.

e) O que você concluiu?

Objetivo: Explorar a bissetriz do ponto de vista de lugar geométrico.

Ferramentas utilizadas do Cabri: Ponto, Semi-Reta, Bissetriz, Ponto sobre Objeto, Distância e Comprimento

Na resolução do item (c) as discussões surgiram quando um dos professores considerou a distância de ponto a uma reta, como sendo a distância desse ponto fixo a um ponto qualquer da reta. Questionado sobre a que distância ele estaria posicionado em relação à parede, colocou-se de frente para a parede e disse que iria medir em linha reta. Nesse momento, percebe que necessitou da perpendicular. Quando volta para responder a questão da atividade, argumenta que essa forma de pensar não é normal. Acreditamos que citou a perpendicular para a questão de distância, sem ter consciência dessa escolha no dia-a-dia. Além disso, podemos pensar que se essa consciência não existe no cotidiano, então como supor que faria essa escolha na resolução de um problema matemático?

Um outro professor mediu a distância do ponto fixo a vários pontos da reta e questionado sobre qual dessas medidas representaria a distância não soube responder. Conduzido novamente ao problema inicial, uma reta e um ponto fora dela, dizia que estava faltando um ponto para poder medir, mas não sabia onde localizá-lo. Questionado também a respeito da distância do professor até a lousa, respondeu que colocaria a régua em linha reta até a lousa. Nessa resposta, acreditamos que o professor utilizou, de forma implícita, mas não consciente, a questão do perpendicularismo, pois ele se posicionou de frente para a lousa. Retornando para a atividade proposta, o professor novamente toma vários pontos na reta e determina suas medidas em relação ao ponto fixo. Nesse momento, o capacitador intervém e, aproveitando o caráter dinâmico do Cabri, movimenta um ponto sobre a reta, fazendo o professor perceber a variação da medida, que decresce e, a partir de uma certa posição, volta a crescer. O professor percebeu então que dentre todas essas medidas, a distância seria a menor delas e que é obtida a partir da perpendicular à reta, que passa pelo ponto fixo.

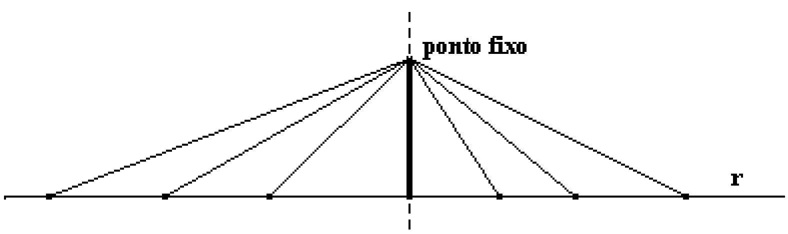


Figura 1

No final da atividade foi institucionalizado para todo o grupo o que entendemos por distância. Esta seqüência inicial de apresentação do Cabri nos levou a perceber, pelo menos parcialmente, o conhecimento em relação à geometria do grupo pesquisado e, em particular, nos forneceu subsídios para diagnosticar as dificuldades em relação ao conceito de distância.

Aqui, podemos perceber com clareza o importante papel do computador e da Geometria Dinâmica para o ensino e aprendizagem. A atividade corporal, a manipulação de figuras e o desenho no quadro parecem não ter possibilitado a relação dessas com a noção de distância, a qual necessita da noção de perpendicularismo. Parece-nos que foi a manipulação da figura feita no Cabri, que permitiu a percepção da noção de distância.

2ª Situação: manipulação e observação de objetos

Esta atividade foi aplicada em 11 de maio de 2000 e o objetivo da seqüência em que estava inserida era fazer classificações, definições e perceber algumas propriedades a partir da manipulação, observação e visualização de figuras planas e espaciais. A atividade escolhida apresentou maiores dificuldades em sua resolução devido a não possibilidade de aplicação do conceito de distância como visto anteriormente e da dúvida se a linha era reta.

<u>Atividade 04</u>: caracterizando a convexidade de vários objetos

Material: um prisma e um cilindro de sabão, uma superfície poligonal e um círculo em cartolina, fio de linha, clipes retorcido, bolinha de isopor, um poliedro estrelado.

a) Nos objetos distribuídos imagine uma formiga e uma gota de mel em qualquer posição. É sempre possível a formiga chegar ao mel em linha reta?

b) Justifique sua resposta.

c) Classifique os objetos segundo esse critério.

Objetivo: Reconhecer a convexidade como uma característica das figuras planas e dos sólidos.

O objetivo dessa atividade não foi atingido plenamente quando de sua aplicação e foi retomado em discussões posteriores. Isso porque o primeiro objeto escolhido foi a bolinha de isopor, que provocou grandes discussões em torno do trajeto ser ou não uma linha reta. Nessa situação, a aplicação da definição de distância se tornava impossível, pois a formiga não poderia penetrar na esfera. Depois de muita discussão, concluíram que a formiga andava em linha reta, mas um observador fora da esfera não via uma linha reta mas uma linha curvilínea. Repetiram algumas vezes que a linha reta só seria possível em um plano e concluíram que a resposta dependia de um referencial: *se você for um observador de fora da esfera vê de um jeito, se for a formiga vê de outro jeito* (fig. 2). Em vários momentos se perguntavam: o que é linha reta? Os incomodava ser ou não ser linha reta um trajeto sobre a esfera. Esse fato nos faz pensar nos níveis de van Hiele.

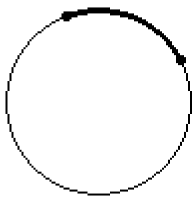


Figura 2

A teoria de van Hiele categoriza o conhecimento geométrico em cinco níveis que vão crescendo em grau de complexidade. Assim, a compreensão do indivíduo passaria de um nível de forma e aparência de figuras até chegar ao do rigor e da demonstração. Descreveremos os três primeiros níveis de van Hiele para melhor compreender as escolhas dos professores.

O nível básico, da visualização, é o do reconhecimento das figuras geométricas pela aparência global. As experiências mais significativas seriam as de manipular, colorir, dobrar e construir, além de descrever as figuras geométricas e as construções por meio da linguagem natural. O nível 1, da análise, se caracteriza pela possibilidade do indivíduo conhecer e realizar algumas análises das propriedades das figuras, embora não consiga relacionar as diversas propriedades entre si. Nesse nível, as atividades de medir, identificar propriedades, classificar, descrever algumas classes de figuras sem a necessidade de visualizá-las já podem ser verificadas. No nível 2, da dedução informal, o indivíduo consegue realizar ordenações, relacionar as figuras geométricas considerando suas propriedades e fazer algumas deduções informais. As experiências mais significativas, para esse nível, seriam as de inclusão e implicação de relações entre as figuras, apresentar argumentos informais e fornecer explicações referentes a problemas propostos.

Além dos níveis, a teoria de van Hiele apresenta cinco fases que o indivíduo deve vivenciar para progredir nos diversos níveis:

- da informação – diversas observações devem ser realizadas, perguntas necessitam ser formuladas e um vocabulário específico do nível em que se encontra deve ser adquirido;
- da orientação dirigida – o material a ser utilizado necessita ser ordenado de maneira que o indivíduo adquira as estruturas características do nível;
- da explicação – nessa fase o professor precisa auxiliar o indivíduo no uso de linguagem apropriada ao nível;
- da orientação livre – os indivíduos começam a questionar e procurar solução para problemas propostos;
- da integração – o indivíduo consegue rever o que aprendeu e integrar com outros conteúdos.

Esse modelo de compreensão do pensamento geométrico apresenta algumas características. A primeira é que o indivíduo necessita passar pelos níveis, existe uma hierarquia a ser seguida. Depois, existe uma linguagem apropriada para cada nível. Um outro fato importante é que alguns aspectos da compreensão de conceitos geométricos ficam implícitos em um determinado nível e tornam-se explícitos no nível seguinte. Além disso, o avanço de um nível para outro não está relacionado à idade do indivíduo e, sim, as instruções de ensino que recebe. E, por último, que não existe entendimento entre pessoas de níveis distintos.

Esses aspectos foram explicitados nesta segunda situação que nos mostrou o quanto os conceitos que esses professores têm não dão conta das questões relativas que eles próprios propõem. Suas questões estão muito envolvidas com a situação específica e a tratam o mais concretamente possível, não se distanciando o suficiente para uma análise mais geral.

Na discussão dessa atividade percebe-se que nunca tinham se questionado, ou nunca tinham percebido, os trajetos mais longos sobre a Terra.

3ª Situação: Cabri

A terceira situação escolhida foi aplicada no dia 11 de setembro de 2000, depois de um semestre de estudos a respeito de geometria. A seqüência trata de triângulos e tem por objetivo: identificar os elementos de um triângulo, classificá-los, perceber a condição de existência e os pontos notáveis de um triângulo, além da resolução de problemas e de construções geométricas tanto com instrumentos de desenho quanto com o Cabri. A seguir apresentamos a atividade que gerou maiores discussões em relação ao conceito de distância.

Atividade 16: Construindo o ortocentro de um triângulo.

a) Lembre o que chamamos de alturas de um triângulo.

b) Construa um triângulo *ABC*.

c) Construa as alturas $\overline{AH}$, $\overline{BR}$ e $\overline{CS}$.

d) Obtenha o ponto *O*, intersecção das alturas do triângulo.

O ponto O é chamado **ortocentro** do triângulo *ABC*.

e) Pinte o triângulo de vermelho.

f) Movimente um dos pontos *A*, *B* ou *C*. Observe a posição do ortocentro.

g) Classifique os triângulos (acutângulo, obtusângulo ou retângulo) quanto à posição do ponto *O*.

Objetivo: definir e construir o ortocentro de um triângulo, além de classificar os triângulos quanto a posição de seu ortocentro.

Dentro do grupo, um professor ainda apresentou bastante dificuldade na determinação de duas alturas do triângulo, as que não estavam na vertical. A manipulação de alguns objetos e a explicitação de que dependendo da posição podemos considerar outras alturas deixou o professor sem ação. Conseguia identificar as três possíveis alturas quando cada uma delas encontrava-se na posição vertical, porém teve dificuldade em construí-las em posições diferentes e perceber que podemos, no triângulo, identificar as três simultaneamente (fig. 3).

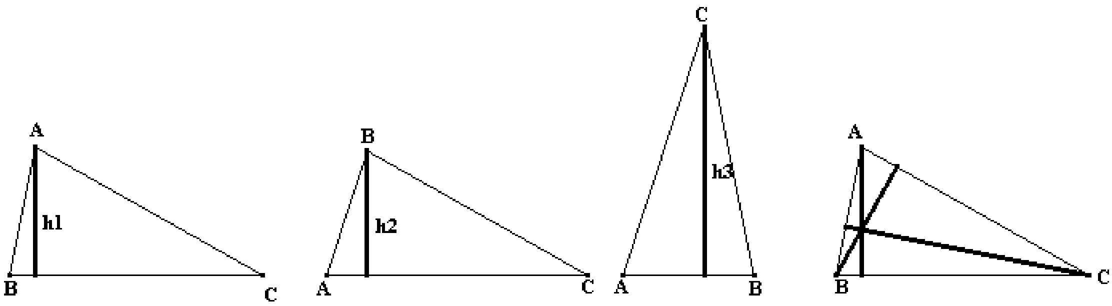


Figura 3

Um outro fato, problemático para o mesmo professor, foi o de podermos considerar uma altura para o triângulo que estivesse fora do próprio triângulo (fig. 4).

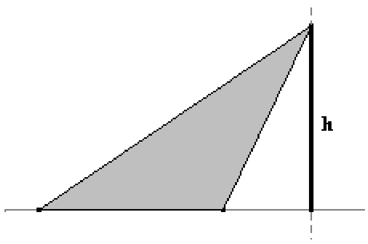


Figura 4

Esse fato gerou dúvidas quanto aos fatores que interferiam na aprendizagem do conceito de altura. E foi corroborado quando um outro professor chegou próximo da discussão que ocorria, e se inclinou, perguntando qual seria sua altura nesse momento. O professor ficou perplexo e não respondeu. Assim, nos perguntamos: qual seria para esse professor a altura da Torre de Pisa?

Figura 5

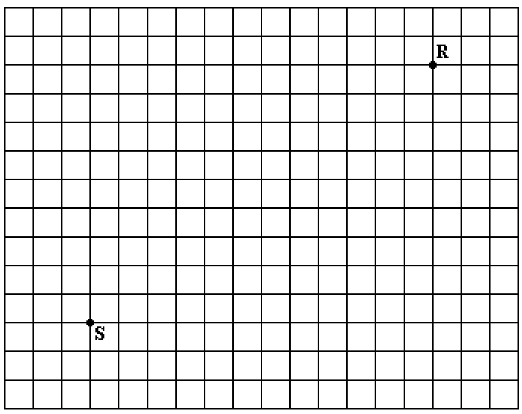
Acreditamos que, como sua altura é invariante, pois independe de sua posição, ele transfere essa concepção para todos os outros objetos e quando identifica a altura em um objeto qualquer, ela passa a ser única. Isso deve ocorrer, também, pela concepção de que a maioria “das coisas” da matemática não se relaciona com o mundo real. Ponte (1992) elencou cinco concepções ligadas à matemática, uma delas é “desligar completamente a matemática da realidade”. Essa concepção não estaria levando em conta a relevância social do ensino da matemática e a imagina como auto-suficente.

4ª Situação: aplicando o teorema de Pitágoras

Uma outra situação que necessitava do conceito de distância, ocorreu em 19 de outubro de 2000. A seqüência tinha por objetivo proporcionar condições para melhor compreensão do significado do Teorema de Pitágoras, entendendo-o como ferramenta utilizável na resolução de vários problemas da Geometria. Selecionamos o exercício 7 que novamente, provocou discussões sobre o conceito de distância.

Exercício 7

A figura representa o chão do pátio de uma escola, recoberto por placas quadradas de 1m de lado. Renata e Sylvia estão nos pontos *R* e *S*, respectivamente.



Quanto mede a menor distância entre as
duas colegas?

Objetivo: Criar condições para que o aluno perceba a aplicação do Teorema de Pitágoras no cálculo da distância entre dois pontos.

Dois professores discutiram sobre a definição de distância, pois no enunciado deste exercício aparece a expressão *menor distância*, propositadamente colocada. Um deles diz que a palavra distância já implica a menor, e o outro professor que a menor distância entre dois pontos é um segmento de reta. Nessa atividade podemos perceber um avanço dos professores em relação aos níveis de van Hiele, considerando o uso do conceito de distância. Tudo leva a crer que, durante o ano de 2000 houve mudanças de postura frente algumas situações da Geometria, pois embora em alguns momentos necessitem da visualização e manipulação, em outros apresentam claramente o engajamento nas deduções informais. Indícios dessa mudança, também podem ser percebidos em uma situação proposta no encontro seguinte.

5ª Situação: criando atividades

A quinta situação selecionada para abordarmos a utilização do conceito de distância foi tratada em 26 de outubro de 2000 e está incluída na seqüência anterior, referente ao Teorema de Pitágoras. A atividade 6 solicitava a elaboração de problemas que envolvessem em sua resolução o Teorema de Pitágoras. Alguns dos problemas propostos pelos professores participantes solicitavam a determinação de distâncias e alturas.

Atividade 06: dissertando sobre a relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo.

Agora você já sabe que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Esse teorema já era conhecido pelos babilônios e egípcios, mas foram os pitagóricos os primeiros a demonstrá-lo rigorosamente. Daí o nome Teorema de Pitágoras.

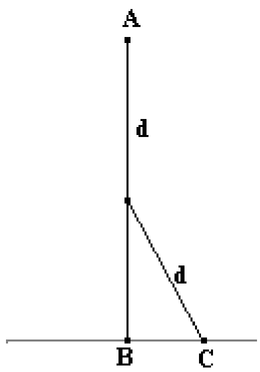
a) Explique, com suas palavras, qual a vantagem de se saber o Teorema de Pitágoras, no que se refere à resolução de problemas envolvendo triângulos retângulos. Em outras palavras, o que ele permite calcular e o que deve ser dado, para isso, no problema.

b) Invente quatro exemplos de problemas, em cujas resoluções você utiliza o teorema de Pitágoras.

Objetivo: Fazer o aluno perceber que dados relativos a dois lados de um triângulo retângulo são suficientes para obter o terceiro e criar problemas que envolvam esse resultado.

Problemas escolhidos:

1º Problema: Uma árvore de medida AB = 8 m quebra no ponto P e a extremidade do último galho toca o solo em C a 2 m de sua raiz (B). Qual a distância entre o ponto de quebra do galho e a extremidade da árvore?



2º Problema: Um pedreiro construiu um muro de 3 m de altura. Como ter certeza de que este muro está "reto"?

<u>3º Problema</u>: Um bombeiro está no alto de uma torre de 20 m, que por sua vez está localizada em um morro de 500 m. De lá avista um incêndio. Sabendo-se que do seu ponto de visão até o local do incêndio tem 875 m. Quero saber qual a distância do incêndio até o pé do morro.

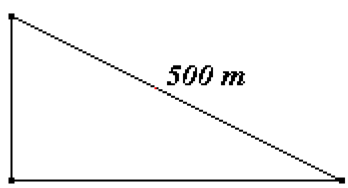
O fato de terem criado os problemas, provocou uma reflexão mais rigorosa, criticaram, por exemplo, no primeiro problema: a explicitação da figura, que não seria "a extremidade do último galho", mas sim "a extremidade do tronco" e outras questões desse tipo.

Podemos ver que no primeiro problema foi solicitada a distância de ponto a ponto, no segundo aparece a altura na vertical na questão do "muro ser reto" e no terceiro a altura do morro.

A intenção do autor, no primeiro problema, é aplicar o teorema de Pitágoras e chegar a uma expressão não usual nos livros didáticos $(8-d)^2 + 2^2 = d^2$, a qual provocou reação dos colegas em relação às suas dificuldades e a dos alunos em resolver a equação.

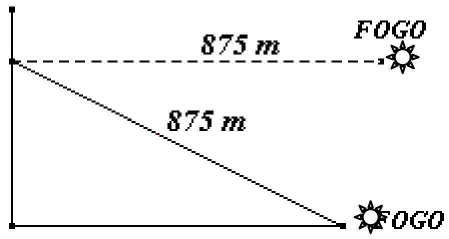
No segundo problema, a professora queria provocar a discussão entre os alunos a respeito de possibilidades de resolução. No terceiro, não havia figura, e a intenção era ver como os colegas interpretariam o enunciado. Cada professor fez uma interpretação diferente.

- Um professor fez a indicação abaixo para "um morro de 500m". Surgiram dúvidas se 500 m seria a altura ou o trajeto a andar no morro.



- Outro professor disse que não foi considerada a altura do bombeiro para os cálculos algébricos.

- E, ainda, outro pensou que o incêndio estaria em um outro morro e não no solo. Dessa maneira, os 875 m estariam na horizontal – um dos catetos – e não na diagonal – a hipotenusa.



4. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Escolhendo dentre vários conceitos trabalhados em conteúdos diversos, o de distância, que a nosso ver é essencial para um ensino/aprendizagem satisfatório das questões da geometria, pudemos perceber que alguns fatores estão diretamente ligados à formação desse conceito:

- Embora o conceito de distância faça parte do currículo e possa ser trabalhado na metade do ensino fundamental, percebemos que os professores apresentam dificuldades porque possuem concepções não estáveis de linha reta, de perpendicularismo e de altura que interferem diretamente nessa conceituação.

- Os professores participantes do projeto embora tenham mudado de postura perante algumas situações, parecem ter mais facilidade em lidar com o concreto. O que poderá se tornar um entrave para atingir e conduzir seus alunos a um pensamento mais genérico e mais formal.

- A dificuldade em fazer relações provavelmente é o que faz com que os professores tratem o conceito de distância pelo senso comum e não como um conteúdo matemático, no entanto em outras situações fazem o contrário. Estando sempre presente a distinção entre o que é do cotidiano e o que é da matemática.

- O fato de estarmos tratando com adultos não significa que tenham raciocínios abstratos, pelo contrário, vimos que a formação que receberam não se preocupou provavelmente em lhes proporcionar situações que os fizesse desenvolver compreensão de enunciados, vocabulário próprio, tratamento de informações, ... o que muitas vezes os impossibilitam de solucionar um problema com sucesso.

No que trata da contribuição das novas tecnologias na construção dos conhecimentos pudemos perceber que, de fato, o uso do computador facilita a visualização e a percepção de propriedades que com outros recursos poderiam não ser descobertas. No entanto, como a maioria dos professores não teve acesso a uma formação adequada em Geometria, o uso dessas tecnologias se torna um problema a mais para resolver.

Além disso, segundo Bernard Cornu (1992) a formação dos professores deve levar em conta a evolução da matemática, o aspecto didático, comportar um certo número de conhecimentos informáticos e uma formação mais detalhada sobre os principais softwares disponíveis. Pois, a maneira como um computador é utilizado depende de suas características particulares e das possibilidades que ele oferece, bem como de nossa compreensão dos desenvolvimentos cognitivos que devem se criar para que o aprendiz adquira um determinado conceito (Dubinsky, 1992).

Este texto apresenta resultados parciais de um projeto maior que envolve a evolução das concepções dos professores a respeito da matemática e seu ensino, além de suas práticas de ensino e de sala de aula, que também foram observadas na aplicação de seqüências de ensino elaboradas por eles. Esses aspectos devido à limitação deste texto irão ser objetos de outros artigos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO., (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Fundamental - Matemática***.** Brasília: MEC, SEF.

BROUSSEAU, G., (1986). Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.7.2, p.33-115.

CORNU, B., (1992): L'évolution des mathématiques et leur enseignement, "In" CORNU, B."(orgs.)". Nouvelle Encyclopédie Diderot*: L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, Paris: Presse Universitaire de France.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: SHULTE, Albert P.; LINDGUIST, Mary M. (Org.). *Aprendendo e ensinado geometria.* Tradução por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1996. p. 1-20.

DUBINSKY, E., (1992). Utilisation de l'ordinateur à partir d'une théorie de Piaget sur l'apprentissage de concepts mathématiques, "In" CORNU, B."(orgs.)". Nouvelle Encyclopédie Diderot*: L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*, Paris: Presse Universitaire de France.

DUVAL, Raymond., (1995), *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.

PONTE, João Pedro da. *Concepções dos professores de matemática e Processos de formação.* In: BROWN, Margaret, FERNANDES, Domingos, MATOS, João Filipe, PONTE, João Pedro da. (Org.). *Educação Matemática.* Portugal: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 185-247. (Colecção Temas de Investigação).

GERVAZONI SILVA DE MELLO, E. *Demonstração: uma seqüência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino da geometria,*Dissertação de mestrado em Educação matemática, PUC-SP, 1999.

ROBERT, A. (2001), Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l´exercice du métier d´enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques.*21/1.2, 57-80.

SAEB., (1995). *Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica* Secretaria de Desenvolvimento, Inovação e Avaliação Educacional, Instituto Nacional de Avaliação de Estudos e Pesquisas Educacionais, Brasília.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL., (1998). *Parâmetros curriculares nacionais:*

Matemática. Brasília: MEC, SEF.

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE SÃO PAULO., (1996). *Experiências Matemáticas: 7ª série*. Versão preliminar. São Paulo: SE/CENP, 1996.

VAN HIELE, P., (1980). Levels of Thinking: How to meet them, How to avoid them, paper apresentado no 58º Encontro Anual do NCTM, Seattle.

VAN HIELE, P., (1986). *Structure and insight: to Theory of mathematics Education* Academic Press inc., London.