

CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS GEOMETRICOS: QUANDO AS QUESTÕES ABERTAS SE FECHAM

GT19 - Educação Matemática
Salvador Tavares– NETECLEM-FAFIC/CEFET-Campos/LHC
Marcia Valéria - NETECLEM-FAFIC/CEFET-Campos

Este poster tem por objetivo refletir sobre os processos envolvidos na Educação Matemática segundo duas perspectivas, a *cognição* e a *linguagem*, tendo como convergência a crença de que as mesmas estão de tal forma imbricadas que para compreender esses processos não se pode abrir mão de uma ou de outra. Trazemos à reflexão resultados de pesquisas recentes e que destacam uma das abordagens dentro das visões teóricas a que nos referimos. Apresentaremos duas pesquisas sobre a aprendizagem do conceitos geométricos, uma delas utilizando o computador e um software interativo, e outra utilizando apenas questões feitas com o lápis e papel. A primeira delas tem por sujeitos alunos do curso de Licenciatura em Matemática e a segunda, alunos do curso fundamental.

Existem muitos estudos realizados hoje em Educação Matemática, dedicando grande atenção à questão da *linguagem*. Entretanto, existem muitas e diferentes concepções sobre ‘linguagem’ e ‘linguagem matemática’, o que tem gerado certa dificuldade em esclarecer de que linguagem se fala. Grande parte dos pesquisadores concorda que os processos cognitivos estão de alguma forma relacionados aos processos lingüísticos, porém, no que diz respeito aos fundamentos de suas teorias, colocam-se, muitas vezes, até em posições antagônicas.

Em artigo publicado em 2000, Winslow procura sintetizar as tendências, na Filosofia da Matemática e na Educação Matemática, fundamentadas na idéia básica de que a Matemática representa uma forma especial de uso da linguagem. Segundo Winslow, uma primeira classe afirma, basicamente, que a natureza do conhecimento matemático só pode ser estudada indiretamente, através das instituições e das relações interpessoais, estando relacionadas com a criação e disseminação do conhecimento matemático. Esta classe teria por conceitos básicos que o conhecimento é socialmente situado e sustenta-se por teorias da sociologia e sócio-lingüística. Podemos incluir aqui trabalhos ligados à tradição de VYGOTSKY (1982, 1989) como PINO (1990) ou o clássico “Provas e Refutações” de LAKATOS (1976).

A segunda classe, nessas tendências, focaliza-se sobre as relações estruturais (similaridades, diferenças, dependências) entre a lingüística e o conhecimento matemático, tomando como base uma análise sincrônica, interdisciplinar, da matemática e das estruturas lingüísticas. Poderíamos incluir nessa tendência, os trabalhos de PIMM (1987) e do próprio WINSLOW (2000) . Embora Winslow reconheça diferenças filosóficas dentre tais tendências, afirma que seus pontos de vista não são teoricamente opostos. Todas elas colocam a questão da linguagem como essencial dentro da Educação Matemática, o que traz implicações para a Didática da Matemática e para as ações concretas que empreendemos em o seu ensino. Isto corrobora a necessidade de compreendermos mais profundamente as conexões entre os processos cognitivos e lingüísticos, ou sua interdependência, como preferem alguns pesquisadores.

Dentro deste cenário, encontramos três níveis de utilização da linguagem para o aprendizado de Matemática, os quais se interceptam mutuamente: a utilização da *linguagem natural ou materna*, a *linguagem matemática dos matemáticos* (pesquisadores e estudiosos de matemática avançada) e uma *linguagem matemática tipicamente escolar*, mergulhada num gênero discursivo próprio da escola e que

sofre todas as intervenções daquilo que CHEVALLARD (Chevallard & Joshua, 1991) chama *transposição didática*. A resposta à questão de quanto cada um destes níveis estão e devem estar imbricados certamente irá depender das concepções aceitas, acerca das teorias de ensino e aprendizagem, por sua vez pautadas em teorias sobre os processos cognitivos dos indivíduos.

Uma outra questão que se coloca premente neste quadro é a formação dos professores de matemática e o quanto de cada um desses níveis de linguagem vem sendo trabalhado nessa formação. Ou ainda, se o professor de matemática vem sendo preparado para refletir profundamente sobre estes níveis e em qual deles desejará situar o seu empenho como educador matemático. Se acreditarmos que o professor é um organizador/mediador das relações do aluno com a construção de uma linguagem própria para a expressão de seus conhecimentos matemáticos, construídos e internalizados em atividades que envolvam raciocínio matemático, será de suma relevância analisarmos qual a formação pretendida e aquela efetivamente alcançada junto a este professor.

Os atuais *Parâmetros Curriculares Nacionais* (Brasil, 1998, 1999), a despeito de controvérsias que se pode apontar sobre estes documentos, também falam de competências em comunicação e da utilização da linguagem matemática a serem desenvolvidas com os alunos do Ensino Básico. No mínimo, estes fazem suscitar a questão de como promover tais competências junto aos alunos, sem antes refletir sobre elas com seus professores, agentes essenciais desse processo.

Como afirma ANGHILERI (1995, p.10), pesquisadores em Educação Matemática têm forte suporte no paradigma construtivista de aprendizagem, enfatizando o papel da *linguagem* na construção do conhecimento e sendo esta, não um meio de transportar estruturas conceituais do professor para os estudantes, mas sim, um meio de interagir, que permite ao professor condicionar e guiar a construção cognitiva de seu aluno.

As ações do professor precisam levar em conta a interpretação gerada num problema, por um sujeito, assim como o significado matemático de qualquer termo de sua linguagem aí envolvido. A *negociação de significados* entre professores e alunos possibilitam compartilhar uma mesma compreensão na interação da sala de aula, pois o vocabulário da matemática inclui uma série de palavras e símbolos com múltiplos significados, os quais nem todos os alunos podem interpretar como a forma pretendida pelo professor.

A análise das duas pesquisas baseou-se no conceito de Estratégia Argumentativa de FRANT-RABELLO (2000), aplicada sobre registros, falas e argumentos produzidos pelos alunos durante a realização das atividades. Usamos o termo argumentação no seu sentido mais corriqueiro. Não se trata de argumentação sobre provas e demonstrações formais, mas da argumentação que entra em cena nos diálogos do cotidiano, sempre que alguém quer convencer a um outro ou a si mesmo de alguma coisa. Conceitos matemáticos são, na maior parte dos casos, construídos com a linguagem ambígua do cotidiano. A premissa básica é o fato de que desenvolvemos formas de argumentar que se tornam eficazes

porque são compartilhadas por um grupo de pessoas e só são eficazes para esse grupo de pessoas.

A análise baseada no modelo Estratégia Argumentativa vai estudar processos discursivos, relacionando o como se diz, com o que se diz e o porque se diz. Consiste em um trabalho de reconstrução de argumentos. Para isso é necessário escrever esquematicamente qual é o argumento que está sendo usado pelo orador através de enunciados simples que o resume. A montagem de cada passo do argumento parte da identificação e da avaliação da regra de inferência que dá origem à tese. A construção da Estratégia Argumentativa relaciona os argumentos utilizados pelo orador de forma a compor uma totalidade coerente. Para isto, seguimos os seguintes passos: 1. reconstrução de seqüências coerentes de raciocínios; 2. preenchimento dos espaços implícitos; 3. identificação dos significados relevantes que foram produzidos; 4. caracterização dos argumentos através de esquemas; 5. interpretação destes esquemas. Cada elemento da Estratégia Argumentativa construída deve estar localizado em relação à totalidade, isto é, sua posição no quadro explicativo deve ser justificada. Supõe-se que cada elemento está ali porque não poderia deixar de estar, por algum motivo que explica a necessidade de sua existência na composição final da Estratégia Argumentativa. As interpretações só são feitas a partir da composição final.

A primeira pesquisa a ser apresentada investiga a maneira com que as ambigüidades na definição do conceito matemático de Ângulo redundam em dificuldades na operacionalização deste conceito para os alunos do ensino fundamental, como já haviam sugerido MAGINA (1994 e 1995), MAGINA e HOYLES (1997) e ALVES (2000). A proposta deste trabalho é descrever como os alunos operam com o conceito de ângulo em diferentes ambientes e relacionar os diferentes significados produzidos pelo aluno frente em questões abertas a eles propostas.

A pesquisa foi feita em duas etapas. Na primeira etapa, levantou-se na literatura sobre a História da Matemática e em livros didáticos as diversas definições formais para ângulo, agrupando-as em quatro categorias: a primeira recorre à noção de região do plano, a segunda à de interseção de semi-retas, a terceira lida com a noção de rotação - giro e a quarta categoria agrupa as definições que não se enquadram nas duas primeiras e que recorrem a noções como canto, abertura e mudança de direção. Na segunda etapa, foram elaboradas atividades a serem aplicadas a grupos de alunos selecionados nas 6^a, 7^a e 8^a séries de uma escola pública, em momentos que usualmente o conceito de ângulo é trabalhado de forma integrada à proposta curricular da escola.

Foram feitas análises nos dois tipos de material coletado. Com relação à primeira etapa, buscou-se caracterizar as diversas definições de ângulo propostas por matemáticos e livros didáticos de matemática relacionando-as com o conteúdo matemático tratado em cada série e com o tipo de atividade proposta. Uma análise preliminar deixou claro que as

definições encontradas restringem ou limitam o uso de algumas noções a um contexto determinado.

Para a segunda etapa, foram preparadas atividades para serem propostas aos alunos selecionados. Nesse caso, o material a ser analisado foram registros feitos pelos alunos quando desafiados pelas atividades preparadas. As atividades foram classificadas de acordo com a categorização feita sobre o conceito de ângulo na primeira etapa. São atividades que facilitam a visão como um todo, que possibilitam o aluno transitar entre as diversas noções implicadas no conceito. As atividades foram aplicadas a um grupo de 9 alunos, 3 de cada série.

A análise destacou que alguns alunos, em algumas situações, ora identificam ângulos como linhas, ora como pontos. No entanto, estes mesmos alunos em outras situações mostraram desenvoltura com as mesmas noções que não fizeram sentido antes. A análise nos permitiu concluir que a definição utilizada em um dado contexto influencia a maneira com que o aluno opera com o conceito.

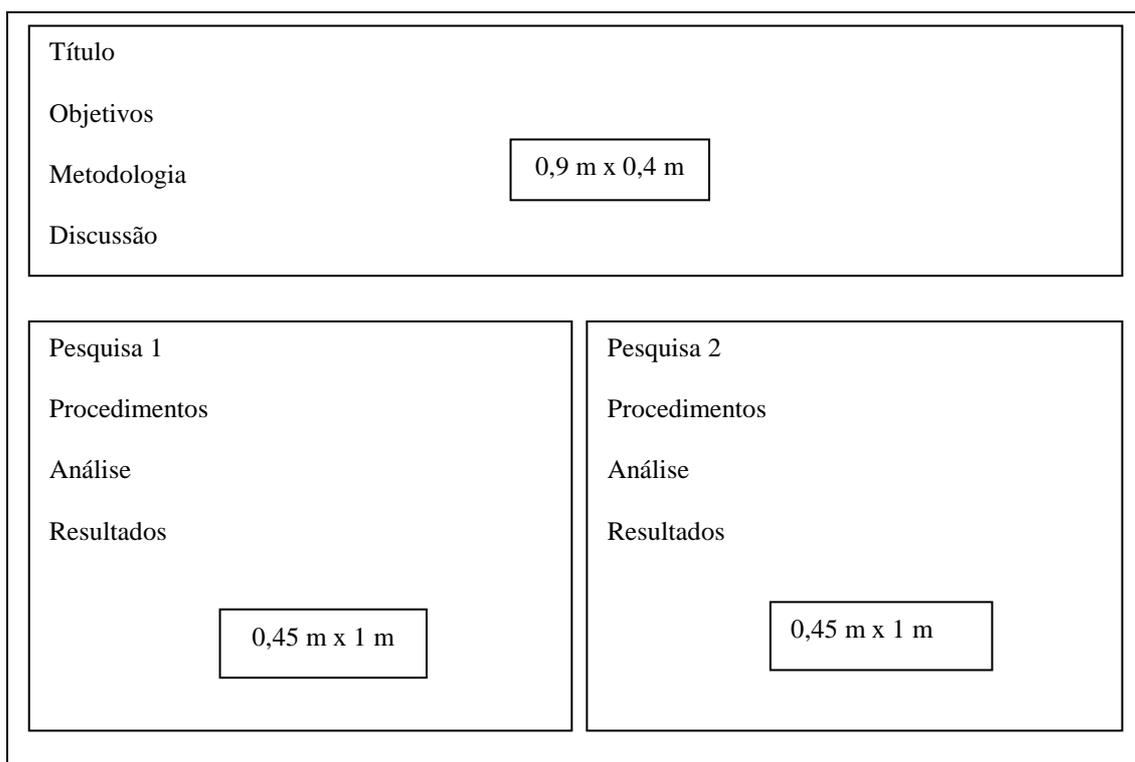
A segunda pesquisa investigou a maneira como estudantes de matemática produzem significados para conceitos fundamentais da geometria, como ponto, reta e plano, interagindo com o software CABRI diante de uma questão aberta. A pesquisa foi realizada em apenas uma etapa, os alunos foram incentivados a falar sobre as questões propostas e registrar suas soluções. A questão foi inicialmente proposta durante uma aula de geometria e uma semana depois foi proposta a mesma questão, com alguma diferença no enunciado, em um laboratório de computação em que podiam manusear o software escolhido.

A análise mostrou que os alunos mostram-se inicialmente apáticos diante de questões abertas. Embora a mesma questão já tivesse sido analisada por eles anteriormente, a reação inicialmente foi a mesma. Somente quando chegaram à solução para a questão lembraram-se dela. Além disso, os recursos utilizados por eles em uma e outra situação diferiram muito, o que nos levou à conclusão de que o ambiente em que trabalham de alguma forma determinou o tipo de caminho que privilegiaram. Do mesmo modo que aconteceu com os alunos do ensino fundamental, os alunos de licenciatura em diferentes situações mostram desenvoltura com as mesmas noções que não fizeram sentido antes. A análise nos permitiu concluir que o ambiente em que a questão é proposta influencia a maneira com que o aluno opera com o conceito. O fato da questão ser aberta foi outro fundamental. Quanto o aluno não identifica uma questão como uma questão “tipo tal”, após a apatia, lança mão de recurso de investigação que não utilizaria normalmente em sala de aula. Pretendemos mostrar as estratégias utilizadas nos dois casos e um estudo comparativo destas estratégias.

O poster exibirá o trabalho de análise feito sobre os dois materiais ilustrado com alguns registros e falas dos alunos que participaram das pesquisas.

Referências bibliográficas

- ALVES, Laurito Miranda – Ambigüidades no conceito formal de ângulo – anais do II Encontro Mineiro de Educação Matemática, pg 87, Belo Horizonte, 2000.
- ANGHILERI, J., *Language, arithmetic, and negotiation of meaning*, For the Learning of Mathematics, 15(3), p.10-14, 1995.
- BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental – Matemática*, Brasília: Ministério da Educação, 1998.
- , *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Matemática*, Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- CASTRO, M.Rabello de e FRANT, Janete B., *Estratégia argumentativa: um modelo*, livro de resumos do I SIPEM, p.381-383, nov/2000.
- CHEVALLARD, Y., *Sur l'ingénierie didactique*, IREM d'Aix Marseille, 1982.
- CHEVALLARD, Y. & JOSHUA, M.A., *La transposition didactique*, Ed. la Pensée Sauvage, 1991.
- MAGINA, S. - Como as Crianças Entendem a Noção de Rotação/Ângulo - Em Aberto, v.62, p.65-75, 1994.
- _____ - The factors which influence child's concept of angle - 19 Psychology of Mathematics Education – PME 19, v.3, p.19-26, 1995.
- MAGINA, S. – HOYLES, C. Children's Understanding children's of Turns and Angle - In: Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective Londres: Psychology Press, 1997. p.99-114.
- PIMM, D., *Speaking Mathematically – Communication in Mathematics Classrooms*, N.Y.- London: Routledge, 1987.
- , *Mathematics classroom language: form, function and force*, in R. Biehler et al (eds.): Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Dordrecht: Kluwer, 1994.
- PINO, A., *O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano*, Cadernos CEDES, no. 24, S. Paulo: Cortez, 1990.
- VYGOTSKY, L.S., *The instrumental method in Psychology*, in J.V. Wertsch (Ed.) "The concept of activity in Soviet Psychology", Armonk, New York, M.E. Sharpe Inc., p. 134-143, 1981.
- *Pensamento e Linguagem*, 2ª Ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989.
- WINSLOW, C., *Coherence in theories relating Mathematics and Language*, Humanistic Mathematics Network Journal, Claremont, CA, 22, p.32-39, April 2000.

Esquema proposto para o Poster

Total com as margens = Largura 1 m Comprimento 1,5 m