

SENTIDOS ATRIBUÍDOS AO ZERO POR ALUNOS DA 6ª SÉRIE

SALVADOR, Célia M. Ananias – USF

NACARATO, Adair Mendes – USF

GT: Educação Matemática /n.19

Agência Financiadora: Não contou com financiamento.

INTRODUÇÃO

O interesse pela presente pesquisa surgiu a partir da prática pedagógica, com turmas de 6ª série, quando percebíamos a dificuldade dos alunos perante o estudo dos números inteiros relativos. Em contato com referenciais teóricos como Caraça (1989) e Glaeser (1985), delimitamos nosso objeto de investigação. Caraça (1989, p. 27) foi fundamental para a compreensão do “princípio da permanência das leis formais”, o que nos possibilitou a compreensão de alguns aspectos epistemológicos dos campos numéricos, e Glaeser (1985, p. 39-40), ao discutir a questão dos obstáculos epistemológicos, dos quais destacamos dois: dificuldade em unificar a reta numérica manifesta pela diferenciação qualitativa entre quantidades positivas e negativas, pela concepção da reta como mera justaposição de duas semi-retas opostas, ou, ainda, por desconsideração do caráter simultaneamente dinâmico e estático dos números; e ambigüidade dos dois zeros: zero absoluto e zero como origem. Estes obstáculos despertaram nosso interesse por envolverem a questão do zero no campo dos números relativos. Assim, realizamos nossa pesquisa de campo centrada na questão do zero, buscando identificar os sentidos a ele atribuídos pelos alunos e como eles manifestavam-se ao longo da prática pedagógica sobre números relativos.

A PESQUISA

Fazem parte deste estudo 39 alunos de 6ª série, com idades entre 12 a 14 anos, de uma escola pública estadual da cidade de Louveira/SP. Trata-se de uma escola de periferia, e os alunos são de origem nordestina e filhos de lavradores.

A presente pesquisa – caracterizada como um estudo de caso – teve como objetivos: 1) discutir as questões históricas e epistemológicas relacionadas ao zero; 2) identificar os sentidos que os alunos atribuem ao zero e a transformação deles com a prática pedagógica.

A questão central de nossa investigação foi: Quais sentidos são atribuídos ao zero pelos alunos de 6ª série ao iniciarem o estudo de números relativos e quais contribuições a prática pedagógica traz a esse processo de elaboração conceitual?

A inserção na escola ocorreu no período de fevereiro/2002 a abril/2002. Propusemos aos alunos, no início do estudo dos números relativos, a seguinte questão: "Qual o significado do zero para você?", para que respondessem por escrito e entregassem na aula seguinte (chamaremos de 'primeiro momento' essa sondagem inicial). A questão foi proposta tendo em vista a introdução da reta numérica – zero como origem – nas atividades seguintes a serem realizadas com a turma.

Após duas semanas de aulas (doze no total), em que os alunos lidaram com uma série de atividades e jogos relacionados aos números negativos, bem como com discussões sobre a história do zero, sobre temperatura, transações comerciais e reta numérica, novamente fizemos a mesma questão para que fosse respondida na própria sala de aula (chamaremos 'segundo momento'). O objetivo, nesse momento, era identificar se os alunos atribuíam novos sentidos ao zero. Terminado o estudo sobre os números relativos, voltamos a aplicar a mesma questão para que fosse respondida também em sala de aula. Nesse 'terceiro momento', o objetivo era verificar se o estudo desse campo numérico havia trazido contribuições para atribuição, pelos alunos, de novos sentidos para o zero.

EM BUSCA DE APORTES TEÓRICOS

Buscamos, principalmente na história da Matemática, elementos que possibilitassem uma compreensão do surgimento tanto do zero quanto dos números negativos (Barker, 1969; Boyer, 1974; Baumgart, 1992; Ifrah, 1995; Eves, 1995; Kaplan, 2001, dentre outros), procurando compreender como o zero manifestou-se nesse processo histórico. Além do aspecto histórico, nos apoiamos também nas questões epistemológicas (Caraça, 1989; Glaeser, 1985), pedagógicas (Brousseau, 1996; Proposta Curricular para o Ensino de Matemática para o 1º grau, do Estado de São Paulo, 1988; PCN, 1996) e de aquisição conceitual (Bakhtin, 1997, 2000; Fontana, 1993,2000; Vygotsky, 1989, dentre outros).

A tabela 1 contém uma síntese dos diferentes significados do zero e seu desenvolvimento histórico:

Tabela 1: Síntese dos diferentes significados do zero

Significados do zero	Características	Desenvolvimento histórico
Zero como elemento de contagem.	Cardinal de um conjunto vazio; nem sempre considerado um número natural; de natureza discreta; impregnado de ‘quantidade’.	Tal significado não se fez presente na história da matemática até a axiomatização de Peano (séc. XIX).
Zero como valor posicional	Representa as ordens vazias, zero como algarismo; impregnado de ‘quantidade’.	Utilizado pelos babilônios, maias, chineses e hindus.
Zero como dado operatório	Elemento neutro da adição; anula o produto em uma multiplicação; $a^0 = 1$ (por definição, com $a \neq 0$); 0^0 é indeterminado; impregnado de ‘quantidade’.	Utilizado pelos babilônios.
Zero como origem	De natureza contínua; surge para unificação da reta numérica no campo dos reais; impregnado de ‘qualidade’.	Sistematizado por Dedekind (séc. XIX) na definição de número real.

A sistematização desses diferentes significados para o zero levou-nos a refletir sobre os aspectos pedagógicos a eles relacionados. Nossa indagação inicial buscava saber se as diferentes orientações curriculares contemplavam essa diversidade de significados. Nesse sentido, nos apoiamos em dois documentos que consideramos referência para o ensino de matemática em nossa região: a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática para o 1º grau do Estado de São Paulo e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Quanto à Proposta Curricular, identificamos uma pequena remissão ao conceito do zero na parte relativa a “conteúdos e observações de ordem metodológica” do ciclo básico

(p.31). Nova breve referência aparece no bloco de orientações da 5ª série, no item “Operações com Números Naturais”(p.58). E outra se faz presente na 6ª série, no bloco “Números Inteiros”, mas de forma bastante implícita, como: “...o significado de ponto de referência, de marco zero...” (p. 88), inserida num exemplo de situação-problema para o desenvolvimento da noção de sentido e ponto de referência.

Se tais considerações pedagógicas com relação ao zero mostram-se insatisfatórias nessa proposta, o problema agrava-se ainda mais nos PCN's, onde não conseguimos localizar referências ao conceito zero.

Essas constatações levam-nos a conjecturar sobre a inexistência de um trabalho pedagógico mais sistematizado com relação ao zero. Diante de tal fato, podemos inferir que o aluno, ao longo de sua escolarização, não vivencia situações-problema que o levem a construir o conceito de zero em toda a sua amplitude. Assim sendo, a inexistência de orientações pedagógicas para o professor reforça a relevância do presente estudo.

MANIFESTAÇÕES DOS ALUNOS DA 6ª SÉRIE EM RELAÇÃO AO ZERO

Na perspectiva de podermos identificar os sentidos que os alunos atribuíram ao zero no decorrer das aulas e verificarmos o processo de transformação ou não desses sentidos é que trabalhamos em três momentos – já citados anteriormente.

Foi solicitado aos alunos que dessem as respostas por escrito. Isso porque acreditamos que, no registro escrito, há “...uma atividade mental distinta daquela propiciada pela interação oral” (Fontana, 2000, p.80). O processo de escrita exige uma certa organização mental tal que o texto produzido torne-se inteligível pelo leitor.

Os sentidos presentes nas falas dos alunos nos remeteram à análise histórica e epistemológica desses sentidos – cuja síntese foi apresentada anteriormente.

As respostas dadas geraram a tabela 2 cujo objetivo é mostrar com que frequência (%) os quatro sentidos foram permanecendo ou não nas falas dos alunos, no decorrer dos três momentos. A maioria dos 39 alunos participou dos três momentos da pesquisa.

Tabela 2: Sentidos atribuídos ao zero

Sentidos para o zero	1º momento	2º momento	3º momento
Zero absoluto (contagem)	62%	46%	33%
Zero como medida (origem)	38%	49%	46%
Zero como valor posicional	44%	31%	54%
Zero como dado operatório	21%	31%	38%

Analisando o percentual de respostas dadas em cada momento, constata-se: no primeiro momento, as respostas mais freqüentes foram valor absoluto e valor posicional; no segundo momento, as respostas mais freqüentes foram zero absoluto e zero como origem; e, no terceiro momento, zero como valor posicional e zero como medida.

Estes resultados, de certa forma, estão relacionados ao trabalho pedagógico realizado. As respostas do primeiro momento são decorrentes do conhecimento que o aluno já construiu antes de iniciar a 6ª série, ou seja, são decorrentes da escolarização. As respostas do segundo momento foram dadas exatamente quando o trabalho pedagógico buscava construir significados para o zero absoluto e o zero origem – nossas preocupações no início da pesquisa. As respostas do terceiro momento, dadas após o trabalho com números inteiros, levaram-nos a uma busca teórica sobre o processo de elaboração conceitual. Acreditávamos que, após a ação pedagógica, seria significativo o número de alunos que explicitasse novos sentidos para o zero. No entanto, a apropriação do conhecimento sistematizado não ocorre de forma linear.

Compreender as respostas dadas pelos alunos nos três momentos da pesquisa requer uma análise mais profunda do próprio processo de elaboração conceitual. Para isso, nos apoiaremos em Fontana (2000, p.13):

Os conceitos não são analisados como categorias intrínsecas da mente, nem como reflexo da experiência individual, mas sim como produtos históricos e significantes da atividade mental mobilizada a serviço da comunicação, do conhecimento e da resolução de problemas. E, como tal, os conceitos têm história. Eles carregam consigo as marcas e as contradições do momento histórico em que se desenvolveram e se

consolidaram, os movimentos de re-elaboração e de re-articulação no jogo das forças sociais...Marcas que estão impressas na própria palavra.

Os conceitos têm história tanto para a área de conhecimento quanto para o próprio sujeito. Assim, o zero teve sua história no desenvolvimento da matemática e tem também sua história para cada um dos alunos envolvidos nesta pesquisa. O fato de, em cada um desses momentos, alguns sentidos para o zero terem emergido mais que outros não significa, necessariamente, que tenham ou não sido incorporados pelos alunos. Provavelmente, o aluno explicitou, em cada um desses momentos, os sentidos que para ele eram os mais significativos, aqueles que o marcaram mais, ou aqueles que estavam sendo abordados e, portanto, seriam de expectativa da pesquisadora.

Discutir a elaboração conceitual, na perspectiva da teoria de Vygotsky, como o faz Fontana (2000), requer uma verificação do papel desempenhado pela palavra como meio de generalização do próprio conceito.

Vygotsky (1989) distingue dois componentes constitutivos do significado da palavra: o significado propriamente dito e o sentido. Enquanto o significado representa a unidade do pensamento verbal, pois “...é no significado da palavra que o pensamento e a fala se unem em pensamento verbal” (p. 4), e “...refere-se ao sistema de relações objetivas que se formou no processo de desenvolvimento da palavra, consistindo no núcleo relativamente instável de compreensão da palavra, compartilhado por todas as pessoas que a utilizam” (Oliveira, 1993, p.50), o sentido de uma palavra, por sua vez, “...é a soma de todos os eventos psicológicos que a palavra desperta em nossa consciência. É um todo complexo, fluído e dinâmico, que tem várias zonas de estabilidade desigual” (Vygotsky, 1989, p.125). Assim, o significado representa a zona mais estável da palavra, enquanto o sentido está ligado “...ao contexto de uso da palavra e às vivências afetivas do indivíduo” (Oliveira, 1993, p. 50).

Ainda, segundo Vygotsky (2000), o significado da palavra é construído tanto historicamente – na história dos grupos humanos – quanto na própria história do sujeito. Assim, no caso do zero, historicamente, ele se desenvolveu com a contribuição de vários grupos culturais (Babilônios, Chineses, Maias e Hindus). Na história dos alunos, os significados do zero foram se desenvolvendo ao longo da vida cotidiana e da escolarização. No entanto, a nossa pesquisa não possibilitou identificar se houve ou não a estabilização de

tais significados. Em virtude disso, ao nos referirmos às falas dos alunos, optaremos por utilizar a expressão ‘sentidos para o zero’, pois acreditamos que as manifestações dos alunos ocorreram em contextos marcados por vivências afetivas. Mas, ao nos referirmos ao zero enquanto conceito matemático sistematizado, utilizaremos a expressão ‘significados para o zero’.

O aluno, nas interações verbais com o adulto – no caso desta pesquisa, a professora e a pesquisadora –, vai desenvolvendo formas de pensamento mediadas pelo uso da palavra. O professor utiliza-se deliberadamente de significados estáveis da palavra. “...No curso da utilização e internalização dessas palavras e das funções a elas ligadas, a criança aprende a aplicá-las consciente e deliberadamente, direcionando o próprio pensamento” (Fontana, 1993, p. 123). O que possibilita a comunicação entre o adulto e a criança – ou entre professor e aluno – é “...a coincidência em termos práticos entre o significado de muitas palavras para o adulto e para a criança” (Ibidem). Essa dinâmica de comunicação no processo de escolarização é que vai possibilitar à criança operar com conceitos que, em última instância de generalização, são dados pelas palavras.

As variações apresentadas nas respostas dos alunos, nos três momentos, podem ser decorrência da vontade de tais alunos de satisfazerem as expectativas da pesquisadora, cuja presença em sala de aula já possibilitara o estabelecimento de relações afetivas. Em cada um dos momentos, os alunos responderam prontamente à solicitação da pesquisadora. Mas, provavelmente, a menção da palavra ‘zero’ provocou nos alunos respostas diferenciadas em decorrência da vivência anterior de cada um deles com tal conceito, possibilitando sua comunicação com a pesquisadora.

Em vista disso, a análise das respostas dos alunos centrar-se-á na dinâmica da elaboração conceitual, com base nos trabalhos de Fontana (1993, 2000), sem nos preocuparmos com a efetiva aprendizagem.

No primeiro momento da pesquisa, muitos alunos utilizaram o dicionário como objeto de mediação na produção de significados. Tal fato se constituiu no nosso objeto de análise.

O DICIONÁRIO COMO OBJETO DE MEDIAÇÃO NA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

No primeiro momento da questão sobre os significados do zero, o aluno pôde responder em casa e entregar na aula seguinte. Surpreendentemente, alguns deles recorreram ao dicionário. Assim, também buscamos conhecer como o zero é definido nos dicionários.

O dicionário Aurélio¹ apresenta a seguinte definição para o zero:

Cifra; algarismo em forma de 0, sem valor absoluto, mas que à direita dos outros lhes dá valor décuplo; (por ext.) nada; ponto em que se começa a contar os graus, e que em alguns termômetros corresponde à temperatura de gelo fundente; (fig.) pessoa ou coisa sem valor.

Seis alunos apresentam definições similares a essa do dicionário Aurélio. No entanto, a maioria deles, no momento da escrita, acrescenta informações, com suas próprias palavras, como por exemplo o caso de Leil²:

O número zero é um algarismo em forma de “0”, sem valor absoluto, mas que, à direita de outro, lhe dá valor décuplo, cifra, ponto em que se inicia a contagem dos graus principalmente nos termômetros. Pessoas ou coisas inúteis ou sem valor. Se não fosse o zero não existiriam os números 10, 20, 30.

Nesse caso, ele acrescenta a informação do zero como valor posicional, complementando, mas ao mesmo tempo repetindo o fato de o zero, quando à direita de um algarismo, torná-lo dez vezes maior. Isso talvez seja decorrente do desconhecimento do significado da palavra décuplo.

Por outro lado, há o caso de Rod, que tenta explicar o significado de décuplo: É um algarismo em forma de zero sem valor absoluto, mas que, a direita de um número, ele tem valor décuplo quer dizer, se ele está com um outro número, ele tem valor.

Constatamos ainda que os alunos utilizaram outros dicionários. O próprio Aurélio, em seu minidicionário, apresenta outra definição para o zero, bastante próxima da apresentada pelo dicionário Larousse Cultural, da Nova Cultural, ou seja:

1.Cardinal dos conjuntos vazios. Sm.2.Ponto inicial da escala da maioria dos instrumentos de medição.3.Pessoa ou coisa sem valor.(Minidicionário Aurélio).
num.(Do ar.sifr, vazio, pelo it.zero.)1.Cardinal do conjunto vazio.-
2.Menor elemento do conjunto dos naturais e único a não ter predecessor.

¹ Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa, 11ª edição, Editora Civilização Brasileira.

² Foram utilizadas as iniciais dos nomes dos alunos.

♦ s.m.1. Algarismo que representa tal número.- 2. Ponto de partida de uma escala de graduação de um instrumento de medida.- 3.fig.Pessoa ou coisa sem valor.||fig.Ficar a zero, ficar sem nada, estar na miséria.||fig.Zero à esquerda, indivíduo imprestável, inútil (Larousse Cultural)”.

A definição do zero como cardinal do conjunto vazio aparece na resposta de Ucle³:
O número zero é um número oculto. Não é positivo nem negativo, não tem nenhum sinal. É um número sem valor e também um número cardinal dos conjuntos vazios e, um ponto inicial de escala da maioria dos instrumentos de medição e, é uma coisa matemática sem valor.

No entanto, no início de sua resposta, Ucle utiliza sua própria definição e, talvez não satisfeito com ela, busca o recurso ao dicionário.

É interessante destacar que essa resposta suscitou-nos uma questão da qual não havíamos apercebido até então. O zero como origem pode ter duas interpretações possíveis: na reta numérica, o zero é o corte que a separa em duas classes, ou seja, a classe dos números positivos e a classe dos números negativos; já num instrumento de medida, como a régua por exemplo, ele representa apenas a origem. No caso de Ucle, ele utiliza esses dois sentidos para o zero enquanto origem: “Não é positivo nem negativo, não tem nenhum sinal; um ponto inicial de escala da maioria dos instrumentos de medição”.

Outros alunos combinaram as definições apresentadas dos dois dicionários, mas com acréscimo de suas idéias. É o caso de Ira: O número zero é cardinal dos conjuntos vazios. Algarismo em forma de “0”, sem valor absoluto, mas que decuplica o valor daquele colocado à sua esquerda. Nada. Ponto inicial da escala de vários instrumentos de medição. O número zero é muito importante para usar nos algarismos pois sem ele não teria o 10, 20, 30. O número zero serve para começar a medir na régua, pois sem o zero não dá para começar a contar.

Ira inicialmente recorre ao dicionário e, depois, complementa colocando suas próprias explicações, como: “O número zero é muito importante para usar nos algarismos pois sem ele não teria o 10, 20, 30”. Com essa frase ele justifica a expressão “decuplica o valor daquele colocado à sua esquerda”. Na última frase, ele tenta explicar o significado de “ponto inicial da escala de vários instrumentos de medição”, referindo-se, provavelmente, à régua, que seria um instrumento de mais fácil acesso.

Vale observar ainda que, dentre os significados matemáticos apresentados pelos dicionários, apenas o zero como dado operatório não aparece. Destaca-se, ainda, no

³ Foram utilizadas as iniciais dos nomes dos alunos.

Larousse Cultural, a designação do zero tal qual consta nos axiomas de Peano, ou seja: “Menor elemento do conjunto dos naturais e único a não ter predecessor”.

Dos 39 alunos participantes, 10 responderam à questão no primeiro momento tendo como fonte de consulta o dicionário; desses 10 alunos, 4 permaneceram com o mesmo sentido nas respostas no segundo e terceiro momentos. Desse 4 alunos, vamos considerar as respostas de Ju e Ali.

No caso de Ju, temos:

1º momento: O zero é um número sem valor absoluto. Mas que à direita do outro lhe dá valor décuplo. Ponto em que se inicia a contagem dos graus principalmente nos termômetros.

2º momento: O zero é um número sem valor absoluto, mas que a direita lhe dá valor décuplo. É o ponto em que se inicia a contagem dos números.

3º momento: O zero é um número sem valor que parece um “0”, mas que à direita do outro lhe dá valor décuplo.

O significado “décuplo” esteve presente nos três momentos das respostas de Ju. O décuplo, nesse caso, representa o valor posicional do zero, ou seja, o zero à direita de qualquer algarismo torna o seu valor dez vezes maior. No caso do valor absoluto, no segundo momento, Ju manteve a mesma definição; no terceiro, ele omite a expressão ‘absoluto’, embora mantenha o mesmo sentido da frase.

O zero como origem permaneceu apenas na segunda resposta. Isso talvez pelo fato de, naquele momento, estarmos explorando com eles o jogo do vai-e-vem⁴ e o zero aparecer como ponto de partida.

No caso do aluno Ali, temos:

1º momento: O zero é um número que tem suas colocações. Um zero a sua esquerda não tem valor de nada. Mas colocando em sentido correto, faz parte do algarismo infinito de toda matemática.

2º momento: O zero é um número sem valor, mas colocando em sentido correto faz parte de toda matemática. Exemplo: 50

3º momento: O zero é um número neutro, mas colocando no sentido correto faz parte de toda matemática. Exemplo: 80. Ele serve para fazer os números 20, 80, 100, etc.

Ali inicia a definição do zero, no primeiro momento, com a sua própria linguagem; mas percebe-se em sua escrita o uso do dicionário. Estão implícitos aí os significados do zero como valor absoluto e como valor posicional.

⁴ Esse jogo consta do “Experiências Matemáticas” – CENP/SEE/São Paulo, 6ª série.

No segundo momento, ele mantém as mesmas definições; no entanto, no terceiro momento, substitui a expressão “número sem valor” por “número neutro”, mantendo, porém, os mesmos dois sentidos. Cumpre notar que, nessa ocasião, os alunos já haviam conhecido as propriedades das operações. Talvez decorra daí o uso do termo ‘neuro’.

Seis dos alunos que recorreram ao dicionário no primeiro momento não mantiveram suas definições. Desses, selecionamos dois: Rod e Leil.

No caso de Rod:

1º momento (Dicionário): É um algarismo em forma de zero sem valor absoluto, mas que, a direita de um número, ele tem valor décuplo quer dizer, se ele está com um outro número, ele tem valor .

2º momento: É um número neutro sem nenhum valor e, numa reta numérica ele é um ponto de referência.

3º momento: O zero serve para colocar assim 10, se não fosse o zero não ia existir o número dez, vinte, trinta e aí por diante, tem vezes que o zero serve e tem vezes que não.

No segundo momento, Rod não utiliza nenhum dos sentidos retirados do dicionário; utiliza a expressão “número neutro” para designar o valor absoluto do número, como se pode perceber na continuidade de sua frase “sem nenhum valor”. Acrescenta, em relação ao primeiro momento, o sentido do zero como origem. Isso pode ser decorrente do trabalho que, naquele momento, estava sendo desenvolvido em sala de aula, com jogos e a representação da reta numérica.

No terceiro momento, Rod recupera o sentido de valor posicional retirado do dicionário (décuplo). Por outro lado, a sua frase final “...tem vezes que o zero serve e tem vezes que não” pode representar o zero como dado operatório (elemento neutro da adição e que, portanto, nada acrescenta ao número) ou como valor absoluto (no sentido de que o zero representa o nada).

No caso de Leil, temos:

1º momento (Dicionário): O número zero é um algarismo em forma de “0”, sem valor absoluto, mas que, à direita de outro, lhe dá valor décuplo, cifra, ponto em que se inicia a contagem dos graus principalmente nos termômetros. Pessoas ou coisas inúteis ou sem valor. Se não fosse o zero não existiriam os números 10, 20, 30.

2º momento: O número zero é nulo e também um ponto. Ele é um algarismo mas ele não é negativo e nem positivo.

3º momento: O zero é um número neutro. E serve para colocar em números por exemplo: 10, 20, 100, 200, etc.

No primeiro momento, Leil, tal como Ira – analisada anteriormente –, recorre ao dicionário mas complementa as definições, acrescentando a sua explicação para o valor posicional/décuplo: “Se não fosse o zero não existiriam os números 10, 20, 30”. Já no segundo momento, ele retém os dois sentidos do zero citados anteriormente: como ponto (origem) e como valor absoluto, utilizando, porém, sua própria linguagem para explicar. Mesmo assim, ele ainda acrescenta mais uma qualidade para o zero: “...mas ele não é negativo e nem positivo”.

No terceiro momento, Leil apresenta uma característica até então não utilizada, ou seja, o zero como elemento neutro. Recupera ainda a sua definição dada no primeiro momento, sendo que a do dicionário não lhe fez sentido.

O fato dos alunos terem recorrido ao dicionário para buscar as definições para o zero merece uma maior reflexão.

A pesquisadora, no primeiro momento, ao propor a questão sobre o zero, coloca os alunos frente a um objeto matemático: o zero. A questão, dada como uma tarefa a ser realizada em casa, instiga-os a buscar solução. Isso vai requerer a utilização de conhecimentos adquiridos em outros momentos: buscar o dicionário. Este, geralmente, é utilizado pelos alunos, desde o início do ensino fundamental, como uma ferramenta que os ajuda a estabilizar significados, contribuindo para a elaboração do seu próprio conhecimento.

Entendemos o dicionário como uma ferramenta para o conhecimento escolar, cuja utilização vai mediar a produção de significados, indispensáveis ao saber científico. Além disso, deve-se observar que o dicionário traz os significados mais estáveis da palavra. “O significado dicionarizado de uma palavra nada mais é do que uma pedra no edifício do sentido, não passa de uma potencialidade que se realiza de formas diversas na fala” (Vygotsky, 1989, p. 125).

Em momento algum foi dito aos alunos que utilizassem o dicionário na tarefa de escrever sobre o significado do zero. Isso significa que a convivência com essa ferramenta faz com que o aluno a incorpore e a utilize em novas situações, numa dinâmica de elaboração e reelaboração de significados, ou seja, “...a professora, ao mediar o encontro da

criança com objetos, atua privilegiando propósitos instrucionais, destacando temas e buscando estabilizar significados, focos e momentos de elaboração” (Góes, 1997, p.16). Neste caso, o objeto pode ser entendido em sua duplicidade de significados: o objeto físico (dicionário) e o objeto matemático (o zero).

Ainda, segundo Góes (1997, p.14), “...a mediação não se restringe a outros sujeitos fisicamente presentes, estende-se aos efeitos da incorporação de experiências nas relações sociais, vividas em diferentes contextos e de diferentes modos”. O fato dos alunos recorrerem ao dicionário denota que pelo seu uso, em outros momentos do processo de escolarização e em outras disciplinas, passa a ser incorporado como o objeto que fornece os significados estáveis das palavras.

É na dinâmica dos processos interpessoais, nas trocas dialógicas com outras pessoas em torno de objetos, nas instâncias de produção e compreensão da palavra, que o aluno desenvolve o significado desta [...] Ao incorporar uma palavra, a criança não apenas designa um objeto, mas também analisa, abstrai propriedades, generaliza-as (Góes, 1997, p.21).

Essa atitude dos alunos representa, ainda, um pensamento autônomo. Fica também evidente que a produção de conhecimentos, mesmo acontecendo nas relações sociais, é de natureza individual. Isso porque os outros alunos, que, provavelmente, vivenciaram práticas escolares semelhantes, não utilizaram esse recurso.

Ainda há que se considerar aqueles que recorreram ao dicionário, mas cujas definições ali encontradas não foram incorporadas.

Identificamos, ainda, outra definição, cujo dicionário-fonte não conseguimos localizar. É o caso de Lei e Ali:

O zero é um número que tem as suas colocações. Um zero à esquerda, não tem valor de nada, mas colocando em sentido correto, faz parte do algarismo infinito de toda a matemática. Não deve esquecer o zero em qualquer cálculo que vamos efetuar (Lei).

O zero é um número que tem suas colocações. Um zero a sua esquerda não tem valor de nada. Mas colocando em sentido correto, faz parte do algarismo infinito de toda matemática (Ali).

Não foi possível identificar se essas definições foram retiradas de uma mesma fonte, ou se um aluno copiou do outro. Elas nos chamaram a atenção por dois motivos. O primeiro, a utilização do termo infinito, bastante complexo para essa faixa etária. Mas, na forma como aparece, apresenta erro conceitual, visto não existir ‘algarismo infinito’, mas

número com infinitos algarismos. Provavelmente, esses dois alunos quiseram fazer referências ao fato de ser possível colocar quantos zeros se queira à direita de um algarismo e, assim procedendo, poder-se concluir pela infinidade de números naturais.

O outro motivo foi a utilização da expressão “sentido correto”. O que tal expressão significa? No caso dos números decimais, é possível utilizar o zero à esquerda e, então, ele está numa posição correta e tem valor.

Essa atitude dos alunos propõe-nos um fato novo para a prática pedagógica: a utilização do dicionário nas aulas de matemática. Trata-se de uma ferramenta que pode contribuir para a incorporação de significados estáveis aos conceitos.

Ao nos referirmos a conceitos, estamos considerando aqueles sistematizados no processo de escolarização, aos quais Vygotsky (1989) dá a denominação de ‘conceito científico’. O autor diferencia conceito científico de conceito espontâneo ou cotidiano. Enquanto o último ocorre num processo não deliberado, desenvolvido na atividade prática da criança, mediado pelas suas interações sociais, o primeiro é aquele transmitido em situações formais de educação através de interações escolarizadas. Assim, os conceitos científicos exigem uma orientação deliberada e explícita por parte do professor e são sempre mediados por um outro conceito. Enquanto Vygotsky usa a denominação ‘conceito científico’, alguns pesquisadores, como Fontana (2000), vêm-na substituindo por ‘conceitos sistematizados’.

Entendemos que a escola caracteriza-se como o espaço de se ensinar e de se aprender. A aprendizagem, segundo Vygotsky, só é possível através das interações entre as pessoas, ou seja, só ocorre a aprendizagem se o ambiente sócio-cultural em que vive proporcionar tal desenvolvimento.

Essa mediação do professor, dirigida pelo uso da palavra e de forma discursiva, irá capacitar o aluno a uma abstração sobre os conceitos fundamentais (científicos) eliminando os secundários, formando assim sua própria síntese; síntese essa que traz as marcas das experiências vividas e, portanto, incorporadas.

O uso do dicionário pelos alunos – marcas da escolarização –, aliado a um trabalho mais sistematizado em sala de aula, pode se revelar uma fonte importantíssima para a ampliação dos significados dos conceitos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em sala de aula, a introdução dos números inteiros relativos ocorre, tradicionalmente, com a reta numérica, mas com uma única preocupação: do lado direito ficam os números positivos e, do esquerdo, os negativos. Assim, o zero serve somente para dividir tais números. A preocupação com os novos números – os negativos – acaba, portanto, por relegar o zero a um papel secundário, ou mesmo, por ignorá-lo. Além disso, para muitos, o zero está tão impregnado de seu significado como valor posicional, que se perde a oportunidade de discutí-lo com os alunos e de ajudá-los a construir o conceito em toda a sua amplitude.

A inserção na trajetória histórica do zero possibilitou-nos compreender o quanto a sua criação pelas civilizações antigas foi complexa. Pensar no nada e ter que associar algo a esse nada deve ter sido provavelmente muito difícil para essas civilizações. Mas, mesmo com condições precárias e limitadas em termos tecnológicos, se comparadas às atuais, ousaram e conseguiram com êxito criar um símbolo para representar o nada, motivados por necessidades de ordem prática. Nesse sentido, a prática pedagógica poderia recuperar essa trajetória para problematizar o próprio conceito do zero.

Defendemos que o papel da escola seja tornar o aluno um cidadão crítico, construtivo e pesquisador, possibilitando-lhe o acesso aos conhecimentos sistematizados, buscando ampliá-los com as mediações existentes em sala de aula. A escola deve se colocar como instituição privilegiada onde os conhecimentos espontâneos já adquiridos na vida social sejam transformados em conhecimentos científicos, cuja aquisição ocorre por processos de sistematização. Assim, partir dos sentidos que os alunos já possuem para o zero poderia ser o fundamento para um trabalho com os números relativos e a construção da reta numérica.

Não há como deixar de destacar a questão da formação do professor. Contextos como os discutidos nesta pesquisa deveriam estar presentes nas discussões teóricas de um curso de graduação que vise a formação do professor. Mesmo porque, se tais discussões não ocorrerem nesse espaço, o professor poderá não ter a oportunidade de vivenciá-las ao longo de sua prática pedagógica, pois, como vimos, os documentos curriculares não abordam, com a devida profundidade, os diferentes significados para o zero. Embora não

fosse nosso objetivo proceder a uma análise dos livros didáticos – nesse sentido, investigações poderiam ser realizadas –, nossa experiência como professora nos aponta que estes também não dão ao zero uma abordagem adequada. O professor, nas complexas condições de trabalho, com sobrecarga de jornada docente, não dispondo de tempo para pesquisas, acaba tendo como referência teórica apenas o que é proposto nos documentos curriculares e nos livros didáticos e, assim, acaba por perpetuar uma prática pedagógica em matemática desprovida, muitas vezes, de produção de significados junto aos alunos.

Os alunos nos surpreenderam. As respostas dadas logo no primeiro momento da pergunta sobre o zero revelaram que, de certa forma, já conheciam os seus quatro sentidos. Nos demais momentos, tais sentidos também surgiram, variando apenas o percentual de respostas para cada um deles. Isso confirmou a não linearidade da apropriação do conhecimento, revelando o quão difícil é a tentativa de identificar as contribuições trazidas pela prática pedagógica momentânea (ou seja, no caso, em que medida o estudo dos números inteiros relativos contribuiu para a ampliação de um conceito com que os alunos já tinham contato desde o início da escolarização).

Um fato que nos chamou muito a atenção foi a utilização do dicionário para responder a questão sobre o zero – em momento algum havíamos sugerido tal procedimento. Tal atitude revelou que alguns alunos já haviam incorporado atitudes inerentes ao processo de escolarização: utilizar o dicionário para a busca de significados estáveis para um conceito.

Constatamos, ainda, como o processo de escolarização deixa marcas no aluno, quer pela apropriação de um discurso pedagógico, quer pela incorporação de atitudes e valores com relação à matemática, ou, ainda, pelo uso de uma linguagem matemática – embora muitas vezes de forma inadequada. As principais marcas identificadas foram: a confusão entre zero número e zero algarismo, o que pode ser decorrente de uma prática pedagógica centrada na questão do valor posicional, deixando a questão conceitual do número em plano secundário; atitudes e valores com relação à matemática (utilidade da matemática, matemática do dia-a-dia, aspectos avaliativos, dentre outros), além da incorporação de um discurso pedagógico. A identificação e análise dessas marcas deveriam ser objeto de investigação de qualquer professor. Muitas vezes, elas podem provocar conflitos nos

alunos, dificultando a compreensão e/ou ampliação de um conceito matemático – constituindo-se, assim, em obstáculos didáticos.

A presente pesquisa aponta para a necessidade de estudos mais aprofundados sobre a questão do zero.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAKHTIN, M. **Estética da Criação Verbal**. São Paulo/SP: Martins Fontes, 2000.

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1969.

BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Coleção Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo: Atual, 1992.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Edgard Blücher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Brasília/DF, 1997, volume 3.

BROUSSEAU, G. Os Diferentes Papéis do Professor: Contextualização e Descontextualização do Saber. **In: Parra, C., Saiz, I. (orgs.), Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. Porto Alegre/RS, 1996.

CARAÇA, B.J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1989.

EVES, H. **“Introdução a história da matemática”**. Campinas/SP: Ed. Unicamp, 1995.

FONTANA, R. A. C., A Elaboração Conceitual: A Dinâmica das Interloquções na Sala de Aula In: Smolka, A. L., GÓES, C. (orgs.). **A Linguagem e o Outro no Espaço Escolar; Vygotsky e a Construção do Conhecimento**, Campinas/SP: Papyrus, 1993, 1ª ed.

_____. **Mediação Pedagógica na Sala de Aula**. Campinas/SP: Autores Associados, 2000.

GLAESER, G. Epistemologia dos Números Relativos. In: **Boletim Gepem**, Ano/1985 nº 17 – Universidade Louis Pasteur, Estrasburgo, p. 29–125.

GÓES, M. C. R. As Relações Intersubjetivas na Construção de Conhecimentos. In: **Góes, M. C. R., Smolka, A. L. B. (orgs.). A Significação nos Espaços Educacionais: Interação Social e Subjetivação**. Campinas/SP: Papyrus, 1997.

IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira , 1997 – 2v.

KAPLAN, R. **O Nada que existe: Uma história natural do zero**. Rio de Janeiro: Ciência Atual Rocco, 2001.

OLIVEIRA, M. K., **Aprendizado e Desenvolvimento: um Processo Sócio-Histórico**. São Paulo/SP: Scipione, 1993.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO – São Paulo, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 1º grau**. São Paulo, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo/SP, 1989, 2ª ed.