

# **O USO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE DIVISÃO INEXATA: ANALISANDO A CONTRIBUIÇÃO DA CALCULADORA**

**SELVA**, Ana Coelho Vieira – UFPE

**BORBA**, Rute Elizabete de Souza Rosa – UFPE

**GT:** Educação Matemática / n.19

**Agência Financiadora:** FACEPE – MCT/CNPq

## **INTRODUÇÃO**

O presente estudo tem como objetivos observar como crianças comparam os resultados de um mesmo problema de divisão com resto resolvido por meio de diferentes representações (papel e lápis versus calculadora, calculadora versus papel e lápis e manipulativo versus papel e lápis); e analisar, especificamente, como crianças usam e interpretam os resultados obtidos por meio da calculadora.

Vergnaud (1987) tem apontado a importância do uso de diferentes representações no trabalho com os conceitos matemáticos pois representações distintas podem ser salientes ou opacas para diferentes aspectos de um mesmo conceito. Neste sentido, o uso de diferentes representações no ensino dos conceitos matemáticos têm sido bastante recomendado. Entretanto, em geral, nas escolas algumas formas de representação tem sido enfatizadas, tal como o material manipulativo, em detrimento a outras, como as representações espontâneas das crianças e pouco se desenvolve um trabalho com múltiplas representações de um mesmo conceito.

Seguindo esta direção, a calculadora apesar de ser um recurso até certo ponto já bastante acessível, ainda é vista com restrições por muitos educadores. Apresentamos a seguir alguns estudos realizados com a calculadora.

### **Estudos anteriores com a calculadora**

Ruthven (1994) observou a partir da resposta a questionários de alunos ingleses na transição entre a escola primária e secundária que a calculadora não era tida como uma ferramenta com a qual eles podiam aprender, havendo também uma consideração de mesma como prejudicial para a aprendizagem por levarem os alunos a deixarem de aprender outros tipos de cálculo. No entanto, vários estudos já têm apontado a importância da calculadora como recurso para o trabalho com os conceitos matemáticos na escola. Apresentaremos alguns deles a seguir.

Medeiros (2000) analisou como crianças lidavam com a calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos e, de modo geral pôde constatar que com a calculadora as tentativas são agilizadas, permitindo que o aluno se concentre mais no processo de resolução do que na realização de cálculos repetitivos, servindo assim para confirmar mais rapidamente as hipóteses e por fim, potencializando o cálculo mental.

Groves (1994) comparou um grupo de crianças de 3as. e 4as. séries que tiveram oportunidade de usar a calculadora na resolução de problemas em sala de aula (grupo experimental) com o grupo que não teve essa mesma oportunidade (grupo controle). Os resultados obtidos indicam que o uso da calculadora a longo prazo favoreceu significativamente o desempenho global das crianças no que se refere à escolha de artifícios de cálculo para resolução do problema e na computação de questões que envolviam o conhecimento de valor de lugar dos números, subtração com respostas negativas, divisão com resto, multiplicação e divisão de dinheiro. Em relação à resolução de contas de divisão, observaram-se resultados significativamente melhores do grupo que usou a calculadora na divisão que resultava em uma resposta decimal e em outros itens que requeriam a leitura e interpretação de decimais. A autora concluiu enfatizando a oportunidade dada através do uso da calculadora para uma genuína discussão matemática em sala de aula.

Araújo (2002) desenvolveu um estudo com doze crianças da quarta série do ensino fundamental que tinham hábito de usar a calculadora desde a primeira série dessa mesma faixa de ensino. As crianças resolveram 30 questões que consistiam de contas e problemas relacionados as operações aritméticas. Dessas 30 questões, 22 foram resolvidas pela criança usando o recurso escolhido por ela (cálculo mental, escrito, calculadora, material dourado, estimativa) e oito questões tinham o recurso a ser utilizado definido pelo experimentador. O objetivo foi verificar se as crianças mesmo preferindo uma determinada forma de cálculo durante a resolução das questões, poderiam apresentar sucesso ao serem solicitadas a resolverem uma questão semelhante usando outro tipo de recurso.

Quando as crianças puderam escolher o recurso, observou-se uma preferência pelo uso do cálculo escrito (42,4% das questões), seguido do cálculo mental (35,2 % das questões), do uso da calculadora (18,1%), do material dourado (2,3%) e dos dedos (2%). A estimativa não foi utilizada como recurso escolhido pelas crianças. Em relação ao percentual de acerto e erro, os dados mostraram um percentual reduzido de erros (6,4% quando usaram o cálculo mental, 5,3% usando o cálculo escrito, 1,9% com uso da

calculadora). Quando o recurso foi definido pelo experimentador, as crianças mostraram maiores dificuldades em resolver questões usando o cálculo escrito e a calculadora em relação ao padrão de desempenho observado nos problemas em que puderam livremente definir o recurso a ser utilizado. No caso do cálculo mental, não se observaram diferenças de desempenho quando a criança escolhia o recurso ou quando ele era determinado pelo experimentador. A estimativa obteve nove acertos e 12 erros nos dois problemas em que seu uso foi solicitado. A autora concluiu que a calculadora da forma como é trabalhada não inibe o desenvolvimento de outras competências de cálculo.

O estudo de Araújo (2002) mostrou que as crianças apesar de terem hábito em trabalhar com a calculadora em sala de aula, não recorreram com ao seu uso com frequência, preferindo o cálculo mental e o cálculo escrito. Também quando a calculadora foi obrigatória para resolução de questões, as crianças apresentaram uma certa dificuldade. Embora consideremos o número reduzido de questões usadas por Araújo (op.cit) na solicitação do uso obrigatório de cada recurso (apenas duas questões), esses dados nos levam a questionar sobre que tipo de trabalho tem sido desenvolvido com a calculadora nas escolas.

Um outro aspecto importante a ser considerado no ensino de matemática consiste na análise do significado dos dados obtidos. Muitas vezes o aluno resolve o problema corretamente, mas não sabe interpretar os resultados conseguidos. Ruthven (1999) analisou a resolução de problemas por alunos ingleses do último ano da educação primária que faziam parte de escolas que seguiam a solicitação do currículo nacional inglês que incentiva o uso da calculadora na sala de aula. Ele observou que os mais altos índices de sucesso foram nos problemas em que os alunos usaram a calculadora, entretanto nenhum dos alunos conseguiu interpretar o resultado obtido corretamente. A dificuldade na interpretação dos resultados obtidos não foi exclusiva nos problemas resolvidos com a calculadora, mas foi uma observação geral relativa também às outras formas de resolução dos problemas (cálculo escrito, por exemplo).

Os dados obtidos por Ruthven (1999) mostraram que o trabalho envolvendo as ferramentas de resolução de problemas, incluindo-se a calculadora, deve incluir também uma preocupação com a interpretação dos resultados obtidos e não apenas na questão do uso da ferramenta e os contextos dessa utilização.

O presente estudo busca investigar o uso da calculadora na resolução de problemas de divisão com resto. Abaixo discutiremos brevemente alguns estudos envolvendo a resolução de problemas de divisão.

## **Estudos anteriores sobre a resolução de problemas de divisão**

Problemas de divisão têm sido analisados na literatura como basicamente de dois tipos: partição e quotição. Problemas de partição são aqueles em que é dado um conjunto maior e o número de partes em que o mesmo deve ser distribuído, o resultado é o valor de cada parte. Problemas de quotição consistem em problemas em que é dado o valor do conjunto maior e o valor das quotas em que se deseja dividir o mesmo, o resultado consiste no número de partes obtidas.

Passaremos agora a analisar alguns estudos que examinaram a resolução de problemas de divisão inexata com crianças. Selva (1998) analisou a influência de diferentes representações na resolução de problemas de divisão por crianças de alfabetização, primeira e segundas séries. As crianças foram distribuídas em grupos com diferentes materiais (fichas, papel/lápis, sem material) para apoiar seus cálculos. Não se constatou diferenças de desempenho em função do tipo de problema, partição ou quotição. Foi verificado que o desempenho das crianças era favorecido tanto no grupo que utilizava fichas, quanto no grupo com papel e lápis. Entretanto, analisando as estratégias utilizadas constatou-se que o grupo de crianças que utilizou o papel e o lápis apresentou estratégias mais sofisticadas de resolução (adição/subtração repetida e fato numérico, por exemplo). As crianças do grupo com fichas usaram basicamente a estratégia de representação direta das quantidades e ações do problema.

Em relação ao tratamento dado ao resto, esta mesma autora não encontrou diferenças entre problemas de partição e quotição. Após reconhecerem a existência do resto, as crianças tendiam a tratá-lo como algo novo, isolado do problema apresentado. As principais estratégias usadas para lidar com o resto foram: dividir o resto, excluir o resto (dar para alguém, guardar, etc), acrescentar o resto a uma das partes aceitando a desigualdade. A estratégia mais freqüente foi de excluir o resto, seguida pela aceitação da desigualdade entre as partes. A estratégia de divisão do resto foi bastante escassa, principalmente entre as crianças menores.

Borba, Selva e Sousa (2005) analisaram a influência de significados dados à divisão e de representações simbólicas na resolução de problemas de divisão com resto diferente de zero. Participaram do estudo 32 alunos (16 de 3ª série e 16 de 5ª série) de duas escolas públicas do Recife. Os mesmos foram entrevistados individualmente e solicitados a resolverem 16 problemas de divisão com resto por meio de representações escritas. Os problemas foram resolvidos em duas sessões (oito problemas em cada

sessão). As questões respondidas variavam em relação ao tipo de problema (oito de partição e oito de quotição) e em relação ao tamanho do resto (oito com resto bem menor que o divisor, e oito com resto próximo ao valor do divisor).

Nas duas séries a maioria dos alunos escolheu estratégias adequadas tanto para os problemas de partição quanto para os de quotição, evidenciando, assim, que alunos de 3ª e 5ª séries compreendem igualmente problemas com estes dois significados. Na 3ª série foram usadas estratégias eficientes para 66% dos problemas de partição e 62% dos de quotição. Na 5ª série, 83% dos problemas de partição e 83% dos de quotição foram resolvidos por meio de estratégias corretas.

Em relação ao resto obtido na divisão, os alunos das duas séries tiveram dificuldades em tratar o resto (75% dos alunos da 3ª série e 82% dos da 5ª série trataram o resto inadequadamente). Em geral, os restos foram tratados adequadamente (nos problemas de partição, o resto era subdividido e nos problemas de quotição, o resto implicava em acrescentar um ao quociente) quando auxiliados por representações pictográficas ou desenhos. Os autores chamam atenção para as dificuldades sentidas pelos dois grupos de alunos quanto ao tratamento que devem dar ao resto, demonstrando que a escola pouco tem trabalhado este aspecto da divisão. Sugerem que o uso de representações variadas, um estudo significativo do número racional e um trabalho com resolução de problemas que valorize a discussão das relações envolvidas e o retorno ao enunciado do problema após a sua resolução possam ser caminhos para auxiliar os alunos na compreensão de como devem tratar o resto em problemas de divisão.

Resultados diferentes são apresentados no estudo realizado por Li e Silver (2000). Esses pesquisadores observaram 14 crianças de 3ª série que não tinham recebido instrução escolar sobre divisão, resolvendo um problema de quotição com resto diferente de zero. Para resolução correta desse problema, o quociente deveria ser aumentado em uma unidade (Ex. problema: 22 fitas deveriam ser distribuídas em caixas nas quais cabiam cinco fitas. Quantas caixas serão necessárias?). Os resultados mostraram que 13 crianças foram bem sucedidas na resolução do problema proposto. Estas crianças apresentaram respostas corretas ao problema por apresentarem o quociente aumentado de uma unidade ou por apresentarem justificativas plausíveis de tratamento do resto. As crianças utilizaram diversos procedimentos (adição, subtração ou multiplicação) e levaram em consideração o contexto envolvido, conseguindo dar um tratamento adequado ao resto.

Os resultados dos estudos acima sobre resolução de problemas de divisão aliados aos estudos citados que envolveram a calculadora nos levam a refletir sobre a importância de intervenções que auxiliem as crianças a refletirem sobre o resto da divisão, suas diferentes formas de representação (como inteiro e decimal, por exemplo) e sua relação com o problema apresentado. Neste sentido, a calculadora pode ser um instrumento auxiliar na medida em que apresenta o resto em forma de decimal possibilitando à criança observar dois tipos de representações (decimal mostrada na calculadora e inteiro obtido na resolução escrita, por exemplo). É nesta direção que o presente estudo seguirá, buscando que crianças reflitam sobre diferentes representações do resto. Abaixo, apresentamos a metodologia utilizada.

## **MÉTODOS**

### **Participantes:**

27 crianças cursando a 3ª série e 21 crianças da 5ª série de uma escola pública de Jaboatão dos Guararapes em Pernambuco. Inicialmente um número maior de crianças de cada série participou de um pré-teste envolvendo a resolução de problemas de divisão e foram emparelhadas em função do desempenho no pré-teste sendo, então, distribuídas em grupos homogêneos entre si, que trabalharam sob condições distintas, descritas em detalhes a seguir.

### **Tarefas:**

Este estudo constituiu-se de um pré-teste, uma fase de intervenção e um pós-teste. Inicialmente todas as crianças resolveram um pré-teste, que foi ministrado coletivamente em sala de aula, com o objetivo de avaliar o desempenho matemático das mesmas e distribuí-las nos grupos que trabalharam sob condições distintas durante a intervenção: o Grupo 1 resolveu problemas inicialmente usando papel e lápis e, em seguida, por meio de calculadora, o Grupo 2 resolveu os problemas propostos primeiro com a calculadora e depois com papel e lápis, e o Grupo 3 resolveu problemas inicialmente usando manipulativos (fichas) e, depois, papel e lápis.

O pré-teste e pós-teste foram similares e consistiram da resolução de seis problemas de divisão inexata (três de partição e três de quotição), que ao serem resolvidos na calculadora finalizavam em decimais (0.5; 0.25 e 0.75). Algumas questões do pré-teste e pós-teste podem ser vista no Quadro 1, a seguir.

### **Quadro 1: Exemplos de problemas de partição e quotição do pré e pós-teste.**

1. Maria comprou 29 maçãs para distribuir entre 4 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de maçãs. Quantas maçãs cada criança vai receber?
2. Tânia preparou 27 sanduíches. Em cada bandeja cabem 6 sanduíches. Quantas bandejas ela vai precisar?

Durante a intervenção cada criança resolveu oito problemas de divisão (quatro de partição e quatro de quotição). O resultado de quatro desses problemas (dois de partição e dois de quotição) tinha na calculadora um valor decimal de 0.5 e quatro problemas (dois de partição e dois de quotição) tinha como decimal 0.25. Alguns desses problemas podem ser vistos no Quadro 2.

### **Quadro 2: Exemplos dos problemas apresentados às crianças durante a intervenção.**

#### Partição:

1. Na festa de São João da escola a professora Ana trouxe 34 pamonhas para servir em 4 bandejas. Ela quer que em cada bandeja fique a mesma quantidade de pamonhas. Quantas pamonhas vai ter em cada bandeja?
2. Em uma festa de aniversário, a mãe de João tinha 36 chicletes para serem dados a 8 crianças. Ela quer que cada criança receba a mesma quantidade de chicletes. Quantos chicletes cada criança vai receber?

#### Quotição:

1. Na organização de uma festa, Luísa preparou 34 sanduíches. Em cada bandeja cabem 8 sanduíches. Quantas bandejas ela vai usar?
2. Sr. Antônio encomendou 28 pastéis para sua festa de aniversário. Em cada pratinho cabem 8 pasteis. Quantos pratinhos ele vai precisar?

Todas as crianças resolveram os mesmos problemas e após a resolução de cada problema por meio de duas formas de representação foram questionadas sobre os significados obtidos em ambas as resoluções.

Os problemas utilizados envolveram quantidades discretas que são comumente particionadas pelas crianças, tais como, morangos, sanduíches, maçãs, bolos, etc. Problemas de partição e quotição foram apresentados alternadamente. Foi controlado para que metade das crianças de cada grupo iniciasse por um problema de partição, enquanto outra metade iniciasse por um problema de quotição. Assim, em cada grupo, cinco crianças começaram por partição e cinco por quotição. Os problemas que se seguiram foram alternados entre partição e quotição.

Após todas as crianças terem participado da fase de intervenção, foi ministrado o pós-teste que envolveu questões similares ao pré-teste e também foi realizado coletivamente.

**Procedimento:**

Anteriormente ao desenvolvimento das atividades que constam no projeto, dois experimentadores participaram de algumas atividades em sala de aula com o professor de modo a conhecerem e serem conhecidos pelo grupo de crianças com o qual iriam trabalhar. Foi explicado que o experimentador estava fazendo uma pesquisa e que gostaria de fazer algumas atividades individuais com as crianças.

A aplicação do pré-teste e do pós-teste foi realizada na classe, com todas as crianças. Cada criança recebeu uma folha para desenvolver a sua estratégia de resolução dos problemas e escrever sua resposta. Os dois experimentadores apresentaram os problemas um-a-um, ao grupo classe. Assim, apenas após todas as crianças terem resolvido o primeiro problema é que o segundo problema foi apresentado e, assim, sucessivamente.

A intervenção foi feita individualmente com cada criança. As crianças de cada grupo foram solicitadas a resolverem cada um dos problemas utilizando o recurso disponível para seu grupo (manipulativos, papel e lápis ou calculadora). Caso a criança resolvesse por outro meio, o experimentador solicitava que usasse o recurso adequado. Após a resolução de cada problema por meio do recurso disponível para o seu grupo, a criança foi solicitada a usar a outra representação de seu grupo (calculadora ou papel e lápis) para resolver o mesmo problema.

Durante o processo de entrevista o experimentador tinha flexibilidade para questionar aspectos que fossem importantes para a compreensão do raciocínio utilizado pela criança. As entrevistas individuais transcorreram em horário acordado com o professor e respeitando atividades bastante ansiadas pelas crianças, tal como artes, educação física, informática. Todas as entrevistas foram gravadas e transcritas integralmente.

Após a coleta dos dados, os experimentadores fizeram atividades semelhantes às trabalhadas individualmente com todo grupo classe, de modo a proporcionar a todos oportunidades de reflexão sobre o conteúdo abordado.

**RESULTADOS**

Os dados obtidos foram analisados buscando-se responder a algumas questões específicas desta pesquisa. Apresentaremos a seguir cada uma dessas questões e a análise dos dados obtidos.

**- Houve efeito dos grupos de intervenção sobre o desempenho?**

Para analisar o percentual de acerto, consideramos corretas as resoluções das crianças que mostravam ter encontrado como resposta um valor inteiro e o resto adequado, mesmo que esse resto não fosse apresentado em suas respostas finais ao problema. Nesses casos as crianças deixavam o resto encontrado e faziam menção apenas ao inteiro obtido como resposta (Ex. No problema “29 maçãs divididas para quatro crianças”, a criança desenhou 29 maçãs e quatro crianças. Fez, então, uma correspondência, dando as maçãs de uma em uma para cada criança. A maçã que sobrou foi circulada pela criança que também escreveu ao lado: “essa sobrou”. Entretanto, no local da folha de problemas destinado à escrita da resposta a este problema, a criança apenas colocou “Deu sete para cada criança”).

Os resultados obtidos pelas duas séries em cada um dos grupos podem ser observados na Tabela 1.

**Tabela 1: Percentual de acerto no pré e pós-teste em função da série e do grupo**

Série	Grupo	Pré-teste	Pós-teste
3ª série	Papel-calculadora	53,71	85,19
	Calculadora-papel	53,71	59,53
	Manipulativo-papel	50	81,48
5ª série	Papel-calculadora	64,29	90,48
	Calculadora-papel	64,29	95,24
	Manipulativo-papel	66,67	73,81

Considerando os dados apresentados pela Tabela 1, conforme esperado, no pré-teste os resultados obtidos por todos os grupos da 5ª série foram superiores aos da 3ª série. Ainda constatamos que no pós-teste os resultados de ambas as séries são superiores aos do pré-teste, provavelmente decorrente da intervenção realizada. Entretanto, enquanto no pós-teste da 3ª série, o grupo papel-calculadora e manipulativo-papel apresentaram resultados no pós-teste bastante superiores ao grupo calculadora-papel, na 5ª série, o grupo que obteve menor avanço no pós-teste foi o grupo manipulativo-papel.

Na 3ª série o uso da calculadora após a resolução com papel e lápis durante a intervenção apresentou efeitos mais favoráveis sobre o desempenho das crianças do que

o uso da calculadora antes da resolução com papel e lápis. Possivelmente, as crianças de 3ª série por apresentarem menos familiaridade com a calculadora podem ter sentido dificuldades de compreenderem o resultado obtido inicialmente na mesma e de o relacionarem aos resultados conseguidos através da representação escrita. Diferentemente, quando tais crianças já tinham primeiramente resolvido por meio da representação escrita o problema solicitado e refletido sobre seu resultado, tornou-se mais fácil tentar relacioná-lo ao valor obtido na calculadora. Entretanto, não podemos dizer que apenas a calculadora após a resolução no papel facilitou o desempenho das crianças, pois o grupo que trabalhou com duas representações, mas sem a calculadora, também apresentou resultados favoráveis no pós-teste, similares ao grupo papel-calculadora. Este dado parece indicar que nesta série é fundamental que se reflita com a criança sobre a resolução de problemas usando-se mais de uma representação e que a calculadora pode ser utilizada para este fim. Entretanto, parece que os resultados obtidos do uso da calculadora fazem mais sentido para a criança após a resolução com outra representação mais familiar.

No caso da 5ª série, como a calculadora já se apresenta mais inserida nas atividades escolares e as crianças já apresentam uma certa compreensão sobre números decimais, não se encontrou diferenças de desempenho entre os grupos que usaram a calculadora antes ou depois de resolver por meio de papel e lápis. Entretanto, foi observado desempenho inferior quando a mesma não foi utilizada. O que poderá ter influenciado este resultado?

Uma hipótese é o fato das crianças que usaram a calculadora terem percebido que podiam usar a divisão para resolver os problemas apresentados e, então, assim o fizeram no pós-teste. Entretanto, devemos lembrar que isto por si só não foi suficiente para que as crianças do grupo calculadora-papel da 3ª série obtivessem uma evolução em seus desempenhos semelhante à do grupo papel-calculadora e manipulativo-papel desta mesma série.

Outra hipótese, que não exclui a anterior, mas parece mais consistente é que a presença da calculadora ao mostrar uma resposta para o problema que ressaltava a presença de um outro valor além do inteiro, estimulava a reflexão sobre o resto e suas formas de representação, mostrando a importância do mesmo ser considerado na resolução do problema. Assim, o uso da calculadora necessariamente enfatizava a presença do resto, diferentemente da resolução por meio de outras representações em que a criança podia não obter o resto por algum erro no seu procedimento, ou não

favorecia que a criança pudesse refletir sobre outra forma de representação desse resto, apenas mostrando o inteiro.

***- No pós-teste pode-se observar maior consideração do resto nas respostas das crianças?***

Para responder a esta questão fizemos duas análises. A primeira enfoca se as respostas apresentadas no pós-teste passaram a incluir o resto. Assim, comparamos tanto no pré como no pós-teste de ambas séries, o percentual de respostas das crianças que apesar de mostrarem em sua resolução a existência do resto, não o incluíram em sua resposta final (consideradas, assim, incompletas) com o percentual de respostas ao problema que incluíam o resto (consideradas, portanto, completas). O resultado desta análise está apresentado na Tabela 2.

**Tabela 2. Percentual de respostas corretas completas e incompletas no pré e pós-teste.**

Série	Grupo	Pré-teste		Pós-teste	
		Incompletas	Completas	Incompletas	Completas
3ª série	Papel-calculadora	25,38	28,33	31,86	53,33
	Calculadora-papel	12,97	40,74	2,12	57,41
	Manipulativo-papel	22,22	27,77	31,48	50
5ª série	Papel-calculadora	26,20	38,09	28,58	61,90
	Calculadora-papel	47,62	16,67	28,58	66,66
	Manipulativo-papel	28,58	38,09	28,58	45,23

Comparando o pós-teste com o pré-teste, podemos observar na Tabela 2 que em todos os grupos houve um maior percentual de respostas que incluíam o resto no pós-teste. Esses dados parecem indicar que após a intervenção realizada, as crianças estavam mais atentas quanto à importância de explicitar o resto em suas respostas. É interessante ainda atentar para que enquanto na 3ª série se observam diferenças menores entre as respostas completas no pós-teste em relação aos três grupos da intervenção, na 5ª série, os grupos que usaram a calculadora apresentaram resultados superiores em relação ao grupo manipulativo-papel..

Estes dados apóiam aqueles resultados que mostraram que na 5ª série houve um avanço maior no desempenho das crianças que usaram a calculadora. Devemos, inclusive, chamar atenção para o maior uso de repostas completas observado no grupo calculadora-papel, que apresentou aproximadamente 50% a mais de repostas completas no pós-teste do que no pré-teste. Na 3ª série, podemos notar que apesar do grupo calculadora-papel ter apresentado um desempenho inferior aos outros grupos no pós-teste (ver Tabela 1), qualitativamente verificamos um grande avanço no tipo de resposta fornecido pelo aluno no pós-teste, quando em 57,41% das repostas, de um total de acerto de 59,53%, passaram a incluir o resto em sua resposta final ao problema. Este dado parece sugerir que quase todas as crianças deste grupo que tiveram um melhor desempenho na resolução de problemas de divisão após a intervenção, também passaram a refletir mais sobre a importância da presença do resto em suas respostas.

A segunda análise que realizamos para analisar a questão “*No pós-teste pode-se observar maior consideração do resto nas respostas das crianças?*” foi sobre o tratamento dado ao resto nos problemas resolvidos durante o pré e o pós-teste.

Na 3ª série não se observam diferenças entre pré e pós-teste no que se refere ao tipo de tratamento dado ao resto, em nenhum dos grupos. Todas as crianças, com exceção de uma do grupo manipulativo-papel no pré-teste e uma do grupo calculadora-papel no pré e pós-testes, trataram tanto no pré como no pós-teste o resto como inteiro. A criança do grupo manipulativo-papel e a do grupo calculadora-papel, em apenas um dos problemas de quotição, acrescentaram um recipiente para colocar os que estavam sobrando (Ex. No problema “Tânia preparou 27 sanduíches. Em cada bandeja cabem 6 sanduíches. Quantas bandejas ela vai precisar?”, a criança desenhou o total e circulou de seis em seis, sobrando três. Em sua resposta, ela escreveu “vai precisar de 5 bandejas, quatro fica com 6 e uma com 3”).

Na 5ª série, os resultados obtidos seguem o mesmo padrão da 3ª série, demonstrando não haver influência da intervenção no tratamento dado ao resto. Assim, a grande maioria de crianças que tratavam o resto como inteiro no pré-teste continuaram a tratá-lo como inteiro no pós-teste. As quatro crianças que subdividiram o resto ou acrescentaram um ao quociente também permaneceram utilizando o mesmo tipo de tratamento em alguns dos problemas apresentados. Apenas uma criança do grupo papel-calculadora que no pré-teste havia utilizado a subdivisão do resto em apenas um problema, utilizou no pós-teste a subdivisão do resto nos três problemas de partição solicitados e acrescentou um ao quociente nos três problemas de quotição.

**- As crianças relacionavam o resto obtido no papel com a calculadora?**

Na 3ª série verificamos maiores facilidades de refletir sobre o resto da calculadora quando as crianças já tinham resolvido o problema antes por meio do papel. Quando as crianças usaram primeiro a calculadora, aparecia muitas dificuldades de entender o que a mesma estava representado.

Para ilustrar esse fato apresentamos abaixo, extrato do protocolo de dois alunos da 3ª série durante a intervenção, no qual C é a fala da criança e E a do experimentador:

Exemplo 1: Grupo Calculadora-papel (3ª série)

Problema: 13 morangos divididos para 4 sobrinhos

Na calculadora:

C: 13 dividido por 4. Deu três.

E: E esse pontinho 25 que apareceu também na calculadora?

C: Sei não.

E: O que você acha?

C: Sei não.

No papel:

C: (Desenha 13 palitinhos) Contei e deu três para cada e sobrou um.

E: Um o que?

C: Um morango.

E: o que se faz com esse morango que sobrou?

C: Vende.

E: Como foi esse problema na calculadora?

C: Na calculadora tinha três ponto vinte e cinco e no papel deu três e sobrou um.

E: Você acha que esse ponto vinte e cinco é o que no papel? Representa o que do que você fez no papel?

C: ...Sei não.

Exemplo 2: Grupo Papel-Calculadora (3ª série)

Problema: 36 chicletes divididos por 8 crianças

No papel:

C: (Desenhou 36 tracinhos e dividiu de oito em oito). Eu fiz tracinhos, aí eu dividi. Cada tracinho uma criança ganha cada chiclete, aí sobrou quatro. Cada criança recebe quatro e ainda sobram quatro chicletes.

E: O que pode fazer com esses que sobraram?

C: Ficava para mim.

Na calculadora:

C: 36 divididos por 8, deu 45.

E: 45? Pode? Como você fez no papel?

C: Quatro e sobra cinco.

E: Sobrou de onde?

C: Sobrou os chicletes. Aqui (aponta o papel) sobrou quatro e na calculadora sobrou cinco.

E: Como?

C: Eu acho que aqui (na calculadora) está errado.

É interessante que a criança do exemplo acima (grupo papel-calculadora) pareceu perceber que deve haver uma coerência entre os resultados afirmando que os dados apresentados na calculadora devem representar o resto também tal como no papel. Entretanto, ela sugere que a diferença no valor do resto no papel e na calculadora, segundo seu ponto de vista, é um erro da calculadora, não conseguindo explicar adequadamente a relação entre tais resultados. Diferentemente, a criança no grupo calculadora-papel pareceu ficar inicialmente sem compreender o resultado obtido na calculadora, não estabelecendo qualquer relação entre os resultados obtidos na calculadora e no papel.

Na 5ª série, independentemente se a calculadora era utilizada inicialmente ou após o papel e lápis, não observamos diferenças. O exemplo a seguir já mostra uma reflexão maior da criança sobre as relações entre o resultado obtido no papel e aquele obtido na calculadora.

Exemplo 3: Grupo Papel-Calculadora (5ª série)

Problema: 13 morangos divididos para 4 sobrinhos

No papel:

C: (Faz 13 tracinhos e agrupa de três em três. Sobra um tracinho). Deu três morangos e sobrou um.

E: Quantos morangos cada sobrinho irá receber?

C: Cada sobrinho vai receber três morangos e um pedaço.

Na calculadora:

C: Treze dividido por quatro deu trezentos e vinte e cinco.

E: Mas ele só tem 13 morangos!

C:...

E: Esse pontinho aqui (mostrando o visor da calculadora)...

C:...Os três, os três morangos e os vinte e cinco são os pedaços. Deu igual na calculadora e no papel, três e um pedaço para cada.

Este exemplo acima mostra que a criança parece perceber a necessidade de haver coerência entre os resultados obtidos na calculadora e no papel, ainda que não saiba como interpretar completamente o significado dos dados obtidos na calculadora. Abaixo, apresentamos outro exemplo.

Exemplo 4: Grupo Calculadora- Papel (5ª série):

Problema: 34 pamonhas divididos por 4 bandejas

Na calculadora:

C: Trinta e quatro dividido por quatro igual a oito ponto cinco.

E: Quantas pamonhas vai ter em cada bandeja?

C: Vai ter oito.

E: Esse ponto cinco, tu achas que é o que?

C: Eu acho que é alguma metade.

E: Então ficariam quantas pamonhas em cada bandeja?

C: Umas nove.

No papel:

C: Fiz trinta e quatro dividido por quatro (usou o algoritmo)

E: Deu quantas pamonhas em cada bandeja?

C: Deu oito, mas esse resto (2) ou vai ser metade ou vai ficar sobrando algumas pamonhas.

E: Como foi esse problema na calculadora?

C: Deu diferente porque o cinco representa metade (na calculadora) e aqui no papel é porque vai sobrar duas. Pode ficar duas bandejas com oito e duas com nove.

Semelhante ao Exemplo 3, a criança do exemplo acima apesar de perceber o significado do resultado na calculadora, ainda apresenta dificuldades em relacioná-lo ao resultado obtido no papel. Vejamos esse outro exemplo:

Exemplo 5 Grupo Calculadora-papel (5ª série)

Problema: 13 morangos divididos para 4 sobrinhos

Na calculadora:

C: Botei treze dividido por quatro, deu três e vinte e cinco.

E: Quantos morangos cada sobrinho vai receber?

C:Três.

E: Este vinte e cinco, você acha que é o quê?

C: Metade.

No papel:

C: (Faz o algoritmo e também desenha quatro pratos (um para cada sobrinho) e vai colocando três em cada prato. Um dos pratos fica com quatro).

E: Como você fez?

C: Eu dividi treze por quatro.

E: Como foi esse problema na calculadora?

C: Deu diferente porque aqui (papel) deu três e sobrou um. Aqui (na calculadora) deu três e vinte e cinco.

E: Você acha que esse vinte e cinco é o quê?

C: Metade do outro um que sobrou.

O exemplo 5 mostra que a criança parece não conseguir interpretar corretamente o significado do resultado da calculadora, mas já percebe que ele parece ter alguma relação com o “um” que sobrou da divisão no papel.

O fato das crianças da 5ª série já dominarem mais a operação de divisão também pode ter sido um fator importante para que conseguissem estabelecer relações entre ambas as representações do resultado obtido.

#### **- Como as crianças interpretavam os resultados obtidos na calculadora?**

As crianças mostravam grande falta de familiaridade no uso da calculadora e na leitura de seus valores. Abaixo, apresentamos algumas das leituras mais frequentemente observadas:

- Fazer a leitura sem considerar o ponto. Assim, 6.25, por exemplo, era lido como 625.
- Considerar que o ponto na calculadora era apenas para evitar a leitura de todos os números, salientando o inteiro como resposta. Com isso geralmente desprezavam o decimal.
  - Ex: (Resultado de 4.25 na calculadora)
  - C: É 4.
  - E: 4? E esse ponto 25?
  - C: É para mostrar que é apenas 4. Esse 25 a gente deixa.
- Ler ambos os valores como inteiros.
  - Ex. (Resultado de 2.25 na calculadora)
  - C: A resposta é 2. Vinte e cinco ainda é para dividir nos pratos.
- Ler o valor obtido como uma divisão. Por exemplo, 6.5 é lido como “6 dividido por 5”.
- Ler o decimal como o que sobrou.
  - Ex: (Resultado de 4.5 na calculadora)
  - C: Deu quatro para cada um, aí sobrou 4 (nas fichas), aqui (na calculadora) sobrou 5.

Vale dizer que muitas crianças, principalmente da 3ª série, parecem realmente nunca terem trabalhado com uma calculadora, apresentando dificuldades até mesmo em seu manuseio (como ligar, como proceder para realizar uma operação, etc).

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostraram que, de modo geral, houve avanços no desempenho de todos os grupos da intervenção, possivelmente por terem oportunidade de confrontarem duas formas de representar o mesmo problema. Estes dados enfatizam a importância de se trabalhar com diferentes representações no estudo dos conceitos matemáticos (Vergnaud, 1987).

A análise da intervenção realizada indica que a relação entre o resto obtido por meio da resolução no papel não é facilmente conectada ao decimal mostrado na calculadora, principalmente por crianças da 3ª série na condição calculadora-papel. Assim, diante da diferença no formato dos resultados obtidos por meio de diferentes

representações, as crianças preferiam recorrer a diferentes interpretações do que foi obtido por meio da calculadora ou consideravam errada uma das soluções obtidas.

Nos exemplos apresentados observamos que nos grupos com calculadora, o fato de se apresentar uma representação mais familiar inicialmente (a representação escrita) parece ter proporcionado melhores condições para que as crianças, principalmente as menores, realizassem maiores reflexões sobre os resultados que estavam obtendo na resolução dos mesmos problemas no papel e na calculadora. Isto pode ter acontecido pelo fato das crianças, de modo geral, apresentarem pouca familiaridade com a calculadora. Assim, quando tinham que usá-la logo na primeira vez que resolviam o problema, os resultados obtidos pareciam guardar maiores distâncias dos resultados obtidos no segundo momento, na resolução no papel, como se não tivessem qualquer relação entre eles. Devemos lembrar que estas diferenças de grupo foram observadas principalmente na 3ª série. No caso da 5ª série, observamos efeitos no pós-teste em ambos os grupos que usaram a calculadora, mostrando que nesta série não importa mais se a calculadora é usada antes ou depois de outra representação. Entretanto, como o resultados desses dois grupos são superiores ao do grupo que não usou a calculadora, parece que o uso desse instrumento está possibilitando que as crianças reflitam mais sobre o problema apresentado e a necessidade de se incluir o resto na resposta final.

O fato de não termos observado no pós-teste avanços no que se refere ao tratamento dado ao resto, no sentido de considerá-lo de acordo com a estrutura de problema apresentado (partição ou quotição), que gera a subdivisão do resto nos problemas de partição e o acréscimo de uma unidade ao quociente no caso dos problemas de quotição, nos incentiva a propor novas intervenções que tenham uma maior ênfase na equivalência entre o inteiro e suas partes no caso dos problemas de partição e na análise das relações entre a resposta e o que é solicitado pelo problema, no caso dos problemas de partição e de quotição. Nesta direção, a calculadora pode dar uma grande contribuição, pois por já efetuar o cálculo, diferentemente da representação com lápis e papel ou manipulativos, pode propiciar às crianças maior reflexão sobre o que deve ser feito com o resto.

Esses dados sugerem que compreender a relação entre a divisão inexata feita na calculadora ou por meio de outra representação não é uma tarefa fácil para crianças que ainda não são familiares com a calculadora e/ou também, que ainda não trabalharam em outros contextos com números decimais. Entretanto, a resolução de problemas usando a calculadora pode estimular às crianças que levantem hipóteses sobre números decimais,

podendo a partir de intervenções mais específicas do professor, compreender o significado de tais números.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, L. I., (2002). *Uma análise das competências de calculo da crianças que usaram calculadora em sua formação*. Dissertação de Mestrado. Mestrado em Educação da UFPE.
- BORBA, R., SELVA, A. C. V., SOUSA, N., (2005). Alunos de 3ª e 5ª séries resolvendo problemas de divisão com resto diferente de zero: compreensões e dificuldades. Trabalho aceito para ser apresentado na 57ª SBPC, Ceará, 17 a 22 de julho de 2005.
- GROVES, S., (1994). The effect of calculator use on third and fourth graders' computation and choice of calculating device. In: *PME 18*, vol.3. Lisboa / Portugal.
- LI, Y. & SILVER, E., (2000). Can younger students succeed where older students fail? An examination of third graders' solutions of a division-with-remainder (DWR) problem. *Journal of Mathematical Behavior*, nº 19, p. 233-246.
- MEDEIROS, K., (2000). A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos. In. *Educação Matemática em Revista*, nº14, ano 10.
- RUTHVEN, R., (1994). Pupils' views of calculators and calculation. In: *PME 18*, vol.4, Lisboa, Portugal.
- RUTHVEN, R., (1999). Calculator use by upper-primary pupils tackling a realistic number problem. In: *PME 21*, vol 4, Finlândia..
- SELVA, A., (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In: SCHLIEMANN, A. & CARRAHER, D. (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos: Ensino e Pesquisa*. São Paulo: Papirus, p. 95-119.
- VERGNAUD, G., (1987). Conclusions. In: C. JANVIER (Ed.). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, p.227-232.