A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE ESTRUTURA ADITIVA DE ALUNOS DE 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL.

GUIMARÃES, Sheila Denize – UCDB

GT: Educação Matemática / n.19
Agência Financiadora: PROSUP

A resolução de problemas tem ocupado um lugar de destaque na matemática. Gazire (1988,) registra que "as mais antigas matemáticas escritas que vêm à imaginação são coleções de problemas. Os conhecimentos da matemática egípcia e babilônica estão totalmente baseadas na análise de problemas ao invés de teorias e provas de teoremas" (p.15).

Apesar das pesquisas em educação matemática mostrarem que a resolução de problemas é um processo, sujeito à elaboração, os alunos estão acostumados a encontrar a matemática na forma acabada. Esta imagem deturpada é propagada, em muitos casos, pelo próprio professor, que acredita que está ensinando seu aluno a resolver problemas, mostrando sua forma de resolução na lousa. Desconhece que a sua forma não pode ser aprendida através da imitação, ficando o desempenho aprendido distante daquele almejado, que seria o de resolver problemas daquele tipo (FIGUEIREDO e GALVÃO, 1999).

Cabe ressaltar que a ajuda por parte do professor no momento da resolução se fará necessária, dependendo do grau de reflexão exigido pelo problema, principalmente quando esse constitui uma novidade. Além disso, o professor deve ter clareza que a solução de problemas é aprendida resolvendo-se problemas. E como preconizam Castro, Rico e Castro (1995) "a habilidade para resolver problemas não se pode ensinar, porém pode desenvolver-se resolvendo problemas" (p.21).

Entretanto, não podemos considerar tal prática como aleatória. Primeiramente, é necessário "reconhecer a diversidade de estruturas de problemas, analisar as operações envolvidas e as operações de pensamento necessárias para resolver cada classe de problemas" (VERGNAUD, 1982, p.6). Isto se deve ao fato de que para cada classe de problemas as dificuldades enfrentadas pelos alunos variam e os procedimentos também. Além disso, o esqueleto e o contexto dos problemas apresentam configurações diferenciadas para cada classe de problemas.

É preciso, portanto, repensar a prática da resolução de problemas baseada em uma mera coletânea de problemas sem critérios bem definidos. Minimamente é preciso responder a questões como: o problema pertence a qual relação de base das estruturas aditivas? Que procedimentos são utilizados para sua resolução? Qual a diferença deste problema para aquele que também pertence à mesma relação? Quais as diferentes formas de representar o problema? O que gera a dificuldade do aluno: o contexto ou a estrutura do problema?

Pesquisas, como as realizadas por Vasconcelos (1998) e Alves (1999), apontam algumas das dificuldades enfrentadas pelas crianças ao resolver problemas. Por um lado, a dificuldade está relacionada à obtenção da informação matemática e por outro, refere-se à escolha da operação adequada para resolver o problema.

Em relação aos problemas de adição e subtração que professor já não ouviu de seus alunos perguntas sobre qual operação utilizar para resolvê-los. Vergnaud (1985) afirma que

> a competência que consiste em encontrar, sem errar, qual operação(adição, subtração, multiplicação, divisão), deve-se aplicar a determinados dados e em que ordem, para resolver qualquer problema de aritmética dita elementar, é uma competência heterogênea que se analisa através de um grande número de competências distintas cuja a construção "espontânea" ou a apropriação pelo aluno requer um período de tempo muito longo (p.5).

Além disso, a dúvida na escolha da operação é decorrente, por um lado, da prática pedagógica vigente, que se baseia na introdução de um conceito, seguida de problemas, aos quais regras e procedimentos devem ser aplicados, visando fixar o conteúdo para a realização de uma avaliação quantitativa. Por outro, um outro fator que pode explicar este tipo de pergunta, deve-se ao fato de que os professores lidam com estas operações como se fossem opostas, quando na verdade, tem sido demonstrado pelas pesquisas na área da Didática da Matemática que tais operações são componentes de uma mesma família, de um mesmo campo conceitual. Essa idéia é resultado das pesquisas feitas por Vergnaud (1982), com base na Teoria dos Campos Conceituais.

A Teoria dos Campos Conceituais é "uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista do seu conteúdo conceitual” (VERGNAUD, 1990, p.1) e pode ser aplicada a qualquer área do conhecimento. Pais (2001) afirma que sua grande aplicabilidade à matemática está relacionada ao fato de a teoria respeitar uma estrutura progressiva na elaboração de conceitos. Para KOCH (2002) essa teoria representa uma etapa decisiva na maneira de encarar as relações entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a didática da matemática.

VERGNAUD (1985) justifica a necessidade de estudar campos conceituais por considerar que há uma reciprocidade muito grande entre conceito e situação, tendo em vista que um conceito remete a muitas situações e uma situação remete a muitos conceitos. Na realidade, o desenvolvimento dos conhecimentos de uma criança se faz por meio de um conjunto relativamente vasto de situações, entre as quais existe parentesco, como é o caso da adição/subtração e da multiplicação/divisão.

Diante desta perspectiva, esse autor considera que é sobretudo por meio de situações-problema que um conceito adquire sentido para a criança, distinguindo duas classes de situações com as quais ela entra em contato. A primeira constitui a classe de situações nas quais o sujeito dispõe das competências necessárias para o tratamento da situação, e outra, em que o sujeito por não deter todas as competências necessárias, precisa de um tempo maior para refletir, explorar e fazer tentativas que poderão conduzi-lo ou não ao sucesso (KOCH, 2002).

A forma como a criança procura fazer frente a essas diferentes situações depende dos esquemas que ela possui. O conceito de esquema mantém, portanto, estreita relação com as duas classes de situações, porém funciona de maneira diferente em cada uma delas. Na primeira classe o comportamento é amplamente automatizado, organizado por um só esquema e na segunda existe a utilização sucessiva de vários esquemas, “que podem entrar em competição e que para atingir a solução desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados. Esse processo é necessariamente acompanhado por descobertas” (VERGNAUD, 1990, p.2).

Em síntese, um conceito envolve muitas situações, muitos invariantes e muitas simbolizações possíveis, sendo que são as primeiras que dão sentido ao conceito. É mediante essa estreita relação entre o conceito e as situações que Vergnaud (1985) justifica a necessidade de estudar campos conceituais, haja vista que existe uma reciprocidade muito grande entre eles, pois um conceito está relacionado a uma variedade de situações e uma situação está relacionada a muitos conceitos. Assim é o caso da adição e da subtração, que formam o campo conceitual diferente do da multiplicação e divisão, tendo em vista as relações estabelecidas entre os invariantes operatórios e as situações a que se referem.

Dessa forma, o campo conceitual das estruturas aditivas, é entendido como "o conjunto das situações, cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações ou uma combinação destas operações, e também como o conjunto dos conceitos, teoremas e representações simbólicas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas" (VERGNAUD, 1990, p.9). Já o campo conceitual das estruturas multiplicativas envolve situações que necessitam da multiplicação, da divisão ou da combinação entre elas. Vergnaud (1982) reconhece que, embora as estruturas multiplicativas não independam das estruturas aditivas, elas compõem um campo específico que é o da proporcionalidade. Já o campo das estruturas aditivas englobam situações de composição e decomposição.

Em relação às estruturas aditivas, identifica seis relações de base, a partir das quais é possível engendrar todos os problemas de adição e subtração. Em virtude dos muitos exemplos que tem apresentado, Vergnaud (Ibid.) considera este campo como um bom exemplo de campo conceitual.

As seis relações de base elencadas por Vergnaud (1997) foram obtidas a partir da combinação de dois conceitos: o conceito de estado, representado por uma quantificação numérica e o conceito de relação, entendido como toda relação de natureza numérica entre dois estados.

A representação gráfica dessas idéias é feita pela Teoria dos Campos Conceituais da seguinte maneira: todo estado é representado por um quadrado, no qual é colocado o número associado ao que é conhecido.

Por exemplo, 3 bolinhas: $\boxed{\mathbf{3}}$

Assim, quando um estado corresponde a uma pergunta dentro do problema é colocado um ponto de interrogação dentro do quadrado: $\boxed{\mathbf{?}}$

As relações, por sua vez, são representadas por um círculo, no interior do qual é colocada uma informação numérica acerca da transformação a ser efetuada. O círculo é acompanhado de uma flecha que simboliza a ligação entre o estado inicial e o estado final quando se trata de transformações, e entre o estado referente e o estado referido quando se trata de comparações.

Em se tratando das transformações, tomemos o seguinte exemplo: Pedro tinha 6 bolinhas. Ele jogou uma partida com Vitor e ganhou 5. Quantas bolinhas ele tem agora?

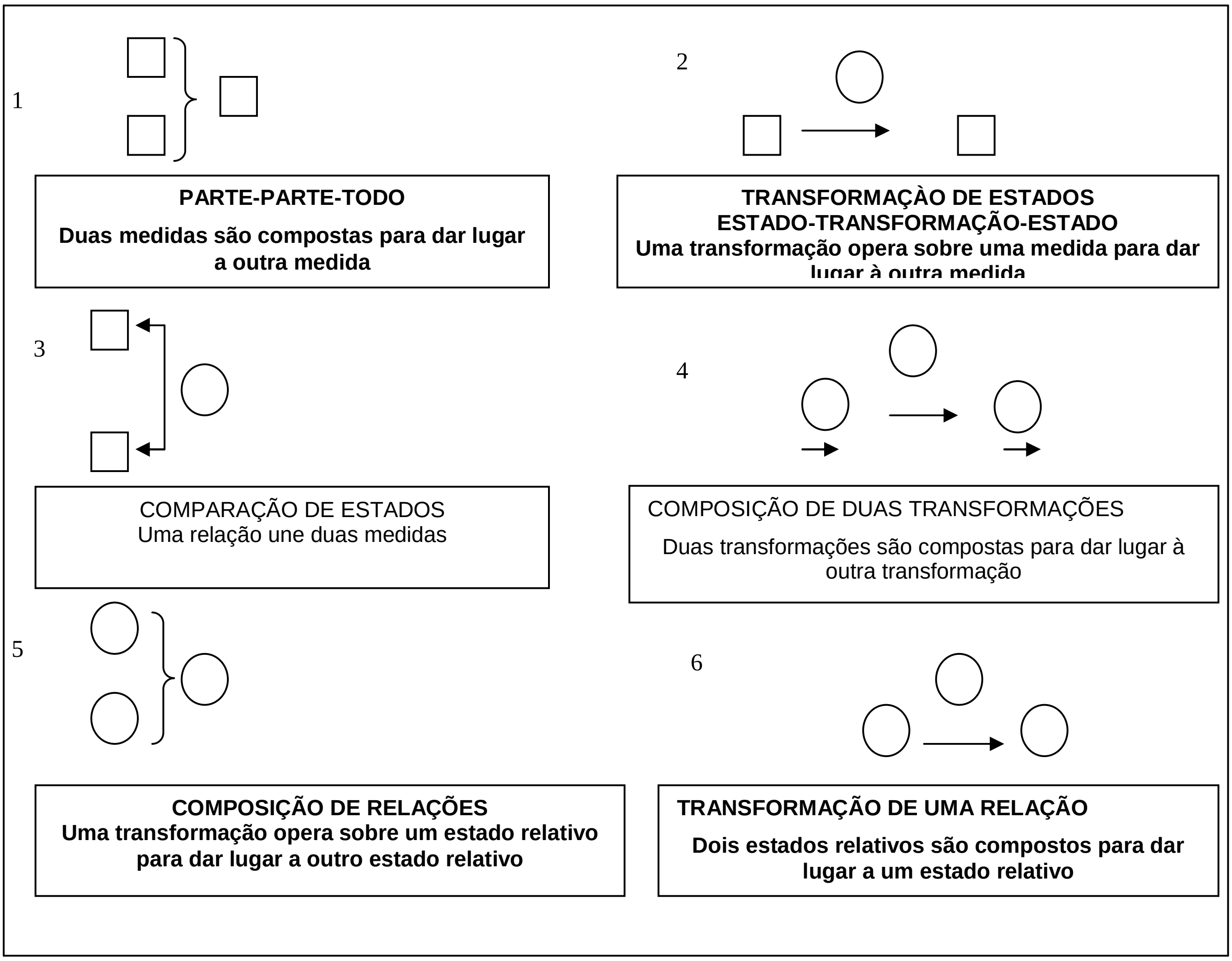
$$\boxed{\mathbf{6}} \xrightarrow{\mathbf{+5}} \boxed{\mathbf{?}}$$

O exemplo a seguir está relacionado às comparações: Paulo tem 4 anos a menos que sua irmã Elisa. Ele tem 5 anos. Qual a idade de sua irmã?

$$\begin{tikzcd} \boxed{\mathbf{?}} \\ \boxed{\mathbf{5}} \arrow[u, bend right, "\mathbf{-4}"'] \end{tikzcd}$$

Para Vergnaud (1990), toda situação pode ser interpretada como uma combinação de relações de base com dados conhecidos e desconhecidos, que correspondem ao número de questões possíveis. Considerando o campo conceitual das estruturas aditivas podemos obter as seguintes relações:

QUADRO 1- RELAÇÕES ADITIVAS DE BASE (VERGNAUD et al, 1997)



Sabemos que os problemas pertencentes às classes 5 e 6 envolvem conceitos mais complexos que são introduzidos a partir da 5ª série do Ensino Fundamental. Dessa forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 2000), recomendam que se explore nas séries iniciais do Ensino Fundamental, somente situações pertencentes aos quatro primeiros grupos, haja vista que as duas últimas- composição de relações e transformação de uma relação- exigem uma elaboração mental mais apurada.

A pesquisa

Metodologia

Diante da variedade de problemas aditivos elencados por Vergnaud (1997) decidimos analisar a resolução de problemas de estrutura aditiva de alunos de 3ª série do ensino fundamental, com o intuito de identificar que tipos de problemas apresentam dificuldades para os alunos, bem como os prováveis aspectos, de ordem cognitiva ou didática, que as condicionam.

A pesquisa foi realizada em duas etapas.

Na primeira etapa, foi realizado um levantamento de materiais que são manuais didáticos de matemática destinados à 3 ª série do Ensino Fundamental, utilizados em um maior número de escolas de Campo Grande/ M.S. Ressaltamos que tivemos a preocupação de selecionar materiais com um tipo de organização diferente, ou seja, um livro didático e um material apostilado.

Para obtermos a informação referente ao material didático da rede pública de ensino visitamos o site do MEC (www.fnde.gov.br) em setembro de 2003. Em relação ao material apostilado do Grupo Positivo, constatamos que este é atualmente utilizado por 12 escolas particulares de Campo Grande.

Após a seleção dos manuais didáticos foram listados os problemas aditivos apresentados por ambos, comparando-os à relação elaborada por Vergnaud (1990).

Na segunda etapa, mediante os resultados obtidos selecionamos nove problemas de estrutura aditiva para compor a prova a ser aplicada. A prova foi composta por problemas pertencentes às categorias que apareceram ou não apareceram em ambos manuais de matemática usados como materiais didáticos– o livro e o material apostilado, por um lado, adaptados da relação de Vergnaud (1990) e por outro, retirados dos manuais analisados.

A prova foi aplicada de duas formas: coletiva e individual. Na coletiva, submetemos os problemas selecionados, protocolados em folhas de papel ofício, à resolução por 54 alunos da terceira série pertencentes a uma escola pública e duas escolas particulares de Campo Grande/ M.S, A aplicação coletiva aconteceu sem que os alunos tivessem o conhecimento do conteúdo que envolvia os problemas, eram apenas comunicados de que se tratava de uma atividade individual contendo problemas de matemática.

Na etapa individual, após a aplicação coletiva da prova, selecionamos aleatoriamente 9 alunos de cada escola compondo um grupo de 27 alunos, que correspondia à metade dos alunos que realizaram a prova coletiva. Foi entregue uma prova contendo os mesmos problemas da etapa coletiva, para a qual repetimos as mesmas recomendações para a resolução. Mediante uma entrevista clínica, os alunos puderam explicitar seu pensamento durante a resolução dos problemas, informando: como pensaram para resolver o problema; qual a pergunta que deveria ser respondida e qual a reposta encontrada; como poderiam saber se a resolução apresentada respondia à pergunta do problema e se este permitia uma resolução alternativa. Durante a entrevista os alunos puderam realizar alterações nas soluções apresentadas, conforme percebiam alguma irregularidade.

Resultados

Os dados coletados a partir de um levantamento realizado no livro didático *Vivência e Construçã*[1]*o* e no material apostilado *Positivo*[2] nos permitiu constatar que, em relação aos tipos de relações de base de estrutura aditiva presentes nos problemas, em geral, os materiais apresentaram praticamente as mesmas relações.

---

[1] DANTE, Luiz Roberto. *Vivência e Construção.* São Paulo: Ática, 2003.
[2] SOCIEDADE EUCACIONAL POSITIVO. Ensino fundamental, 3ª série. Curitiba: Gráfica e Editora Posigraf S/A, 2002.

A tabela 1 apresenta dados da comparação entre a freqüência dos problemas aditivos analisados e selecionados para as provas coletiva e individual e o total de acertos apresentados no teste individual para cada uma das escolas envolvidas.

Tabela 1- Comparação entre a freqüência dos problemas aditivos nos materiais didáticos analisados e o total de acertos apresentados na prova individual pelos alunos das escolas envolvidas

Relação dos problemas aditivos		**Escola A***		**Escola B***		**Escola C***	
		Livro	Acertos	Apostila	Acertos	Livro	Acertos
1. Parte-parte-todo	1.1	30	4	18	8	30	9
	1.2	8	7	9	6	8	8
2. Transformação de estados	2.2	12	8	1	8	12	9
	2.6	0	5	0	5	0	7
3. Comparação de estados	3.1	3	8	2	7	3	9
4. Composição de duas	3.4	12	5	21	6	10	7
	3.5	0	6	0	7	0	8
4. Composição de duas transformações	4.1	0	4	0	6	0	6
	4.3	0	2	0	4	0	6

* A escola A refere-se à rede pública de ensino e as escolas B e C à rede particular .

Em relação à natureza e à freqüência dos problemas nos manuais de Matemática utilizados como materiais didáticos, os resultados apontaram que não é possível estabelecer uma relação entre esses aspectos e os acertos na resolução dos problemas, tendo em vista que essa relação se fez de modo particular para cada um dos casos, como pode ser visto na tabela 1.

Os dados coletados nas entrevistas e nas observações realizadas nos forneceram alguns elementos para tentarmos responder à questão central do nosso trabalho: Que tipo de problema de estrutura aditiva gera dificuldade para os alunos de 3ª série do Ensino Fundamental? E qual é a dificuldade?

Em relação aos problemas da relação Parte-parte-todo, pudemos afirmar que os erros apresentados estão relacionados à troca da operação no momento da resolução, tanto para o problema 1.1 como para o 1.2. Os alunos registraram adição e efetuaram subtração, não havendo conexão entre o cálculo mental e o algoritmo registrado. Vergnaud (1990) aponta que os algoritmos são esquemas e como tal, são eficazes, mas nem sempre efetivos, como pudemos perceber. A confiabilidade no esquema escolhido pelos alunos não permitiu que percebessem o erro cometido, como pode ser observado na transcrição da seguinte entrevista:

> **Pesquisadora** Como você pensou para resolver o problema?
> B25: *Eu pensei somando 4000 mais 1700.*
> **Pesquisadora** Qual a pergunta do problema?
> B25: *Quantos quilogramas pesam os dois juntos?*
> **Pesquisadora** Qual a resposta?
> *Os dois juntos pesam 2300.*
> **Pesquisadora** Como você pode saber que essa forma que você escolheu para resolver responde à pergunta do problema?
> B25: *Somando, porque os dois juntos é mais, um mais o outro.*
> **Pesquisadora** Você acha que dá para resolver o problema de outro jeito? Tem um outro jeito para resolver esse problema?
> B25: *Não, porque somando que é os dois juntos.*

Apesar do erro na resolução do algoritmo, destacamos que a escolha da operação adição foi facilitada pelo contexto desse problema, com a presença da expressão *os dois juntos* na pergunta, diretamente relacionada à adição, proporcionando fácil entendimento e tratamento aditivo adequado, como pode ser percebido nas transcrições abaixo:

Simples, ele está perguntando quanto os dois juntos, significa que tem que somar. Com certeza. (B19)

Tá perguntando quanto pesam os dois juntos, tem que fazer a conta de mais. Tem que ser de mais porque quer saber quanto pesam os dois juntos. (A3)

Quanto ao desempenho das escolas destacamos que a maior dificuldade foi relacionada à troca da operação no momento da resolução, apresentada por 55, 5% dos alunos da escola A (pública / livro didático).

Porém, o contexto do problema 1.2[3] dificultou a compreensão para 8 alunos, ou seja, cerca de 30%. Esses alunos não conseguiram se colocar na história do problema e depois que terminaram de ler perguntavam: Juntos quem? Um aluno chegou a afirmar:

Eu não economizei nada, pois lá em casa ... (A1)

Destacamos também que a presença do verbo economizei no contexto desse problema sugeriu adição para 18% dos alunos, sendo que a metade desses pertenciam a escola B. Um teorema-em-ato falso, que ocasionou a escolha de uma operação que não correspondia à operação a ser efetuada:

> **Pesquisadora:** Como você pensou para resolver o problema?
> B23: *Tá aqui. Juntos conseguimos economizar 750 reais. Eu economizei 340 reais, e você? A conta é de mais porque aqui tá economizei. Fiz errado! Porque...*
> **Pesquisadora:** Leia de novo o problema.
> B23: *É conta de mais mesmo, porque aqui é economizei.*

A busca pela palavra-chave percebida no momento da entrevista constitui-se um dos aspectos destacados por Vasconcelos (1998) sobre a prática de ensino e sobre o conteúdo dos livros didáticos. Esse recurso 'é muitas vezes usado para tentar evitar a famosa dúvida: 'é de mais ou de menos?' que, segundo a autora " permite que diversos tipos de problemas sejam resolvidos pelas crianças. No entanto, essa resolução é fruto não da compreensão das relações entre os dados do problema, mas, sim, da "dica" da palavra-chave" (p.55)

Em se tratando dos problemas 2.2 e 2.6 da relação transformação de estados os verbos dos enunciados também exerceram influência na escolha da operação, determinando um aumento ou redução na quantidade de resoluções certas. Destacamos que para o problema 2.2[4] a congruência semântica entre o verbo gastou do enunciado e o sentido da operação subtração a ser efetuada correspondeu a uma regra de ação do tipo

---

[3]Juntos conseguimos economizar 750 reais. Eu economizei 340 reais, e você?

"se... então..." recorrente para 88,8% dos alunos. O teorema-em-ato expresso por essa regra de ação foi verdadeiro, como mostra a justificativa abaixo:

Eu só fiz 360 que ela tinha menos os 120 que ela gastou, fiz de menos porque ela gastou 120. (C 51)

Ué, é fazendo conta de menos, porque o problema está dizendo que ***ela gastou, então tem que fazer conta de menos****.(A2)*

Segundo Vergnaud (1982, p.2) este problema representa o conceito inicial de subtração para a criança, tendo "uma quantidade inicial que decresce com o gasto, perda ou venda."

Pelos resultados obtidos, os alunos das três escolas envolvidas, provavelmente, adquiriram esse primeiro conceito, tendo em vista que o melhor desempenho foi apresentado na resolução deste problema da relação transformação de estados.

Em relação ao problema 2.6[5] a presença do verbo perdeu no contexto influenciou 22,2% dos alunos a escolherem a operação subtração, apesar de não haver congruência entre o verbo e a operação a ser realizada.

Eu coloquei 35 menos 12, que deu 24, porque o problema fala que Carlos perdeu 35 figurinhas, aí tem que fazer conta de menos. (A4)

Fiz uma conta de menos. Eu peguei 35 menos 12. Carlos perdeu 35. Perdeu é menos. (B23)

A presença de uma regra de ação do tipo "se... então..." marcada pelo advérbio *antes* na pergunta, expressou um teorema-em-ato verdadeiro: se quer saber antes é porque ainda não jogou então tem que somar porque ele ainda tem 35 figurinhas. Tal afirmação pode ser percebida nas transcrições a seguir:

---

[4] Lúcia tinha R$ 360.00 e gastou R$ 120.00. Quantos reais ela tem agora?
[5] Carlos perdeu 35 figurinhas num jogo com Eduardo. Ele tem agora 12. Quantas ele tinha antes de jogar?

Tá perguntando quantas ele tinha antes de jogar e se ele perdeu 35 e ficou com 12 eu tenho que fazer conta de mais para saber quantas ele tinha.(C44)

Eu pensei que tinha que ser de mais, porque se ele perdeu 35 ele tem agora 12, tem que ser de mais para ver quanto ele tinha antes.(A12)

Uma diferença entre estes dois problemas da relação Transformação de estados que compuseram a prova e que torna o primeiro problema mais fácil que o segundo é apontada Vergnaud (1996)

> Porque no primeiro problema conhecemos o estado inicial, conhecemos a transformação e procuramos o resultado final. Enquanto que no segundo problema nós conhecemos o resultado final e a transformação mas procuramos o estado inicial. Então, nesse momento é preciso juntar (adicionar) as bolinhas perdidas. Ou seja, apesar do fato de a criança ter perdido as bolinhas é preciso fazer uma soma (adição). E, de outro lado, há um teorema em ato que diz que é preciso juntar (adicionar) as bolinhas perdidas para se chegar ao estado inicial. (p.17)

De acordo com os resultados obtidos pudemos perceber o quanto o problema 2.6 foi mais difícil, principalmente para os alunos das escolas A e B, tendo em vista a quantidade de acertos referente a 55,5%.

Analisando os resultados obtidos durante a resolução dos problemas da relação Comparação de estados podemos afirmar que a presença de palavras-chave, muito provavelmente, influenciou a escolha da operação a ser utilizada.

Em relação ao problema 3.1[6] o teorema-em-ato subjacente de que é preciso fazer uma soma foi verdadeiro para a situação posta. A congruência entre a expressão *a mais* e a operação a ser realizada, nesse caso, proporcionou 88,8% de respostas corretas. O que nos permite afirmar que esse problema não ofereceu grandes dificuldades para os alunos das três escolas envolvidas.

Podemos observar a presença deste teorema-em-ato na justificativa abaixo:

Pesquisadora: Como você pensou para resolver o problema?
B32: *Eu pensei assim: aqui fala assim que ela tem 3 bonecas a mais que Amanda. Amanda tem 4. Aí eu somei 4 mais 3.*

[6] Flávia tem 3 bonecas a mais que Amanda. Amanda tem 4. Quantas bonecas tem Flávia?

Pesquisadora: Qual a pergunta do problema?
B32: *Quantas bonecas tem Flávia?*
Pesquisadora: Qual a resposta?
B32: *Ela tem 7 bonecas.*
Pesquisadora: Como você pode saber que essa forma que você escolheu para resolver responde a pergunta do problema?
B32: *Porque ela tem 3... aqui falou que ela tem 3 a mais que Amanda que tem 4. Eu pensei 4 mais 3 é igual a 7.*
Pesquisadora: Você acha que dá para resolver o problema de outro jeito? Tem um outro jeito para resolver esse problema?
B32: *Acho que sim, 3 mais 4.*

Para o problema 3.4[7] , em que não há congruência entre a expressão a mais e a operação a ser realizada a quantidade de acertos foi menor (66,6%), principalmente para os alunos da escola A.

Do ponto de vista desenvolvimentista, o problema é mais difícil, pois apresenta uma contradição entre o enunciado do problema e a concepção do aluno: a mais tem que somar. "Em outras palavras, a relação entre linguagem e pensamento é muito complicada" (VERGNAUD, 1996, p.18). Pois este problema traz um caso de subtração completamente contra-intuitivo, isto é, fazer uma subtração, quando o contexto do problema sugere uma adição, como mostra a justificativa abaixo:

Colocar assim 34 mais 12 para ver o resultado e resolver o problema, porque o pai do Paulo tinha 34 e o Paulo tinha 12. A pergunta é quantos anos José tem a mais que Paulo. Tem que somar. (A5)

No caso do problema 3.5[8], a relação entre linguagem e pensamento foi resolvida por 74% dos alunos com regra de ação do tipo "se... então..." que expressa um teorema-em-ato que diz que é preciso fazer uma adição para descobri a idade de Pedro, pois este é mais velho que Leila. Tal afirmação pode ser percebida nas justificativas a seguir:

Eu pensei na idade dela e no que diz que é 4 anos a menos. Então eu fiz soma, porque fala que ele é mais velho que ela. (B32)

[7] José tem 34 anos e seu filho Paulo tem 12. Quantos anos José tem a mais que Paulo?
[8] Leila tem 4 anos a menos que seu irmão Pedro. Ela tem 5 anos. Qual a idade de seu irmão?

Tá perguntando quantos anos tem Pedro. Só que a Leila tem 4 anos a menos que seu irmão. Ela tem 5 anos. Então eu tenho que fazer adição para saber a idade dele. (C44)

Este problema ofereceu maior dificuldade para os alunos da escola A, talvez por apresentar um caso de adição contra-intuitivo, pois é preciso fazer uma adição, quando o contexto sugere que pensemos em resolvê-lo com uma subtração, como mostra a justificativa abaixo:

É de tirar, porque Leila tem 4 anos a menos que seu irmão.(A6)

Em síntese, de acordo com os resultados obtidos, é possível afirmar que nos problemas que buscam a relação e que há incongruência entre a expressão a mais e a adição a dificuldade é maior, como é o caso do problema 3.4.

Quanto aos problemas da relação Composição de duas transformações, os resultados apontaram que esses foram os que apresentaram maior dificuldade para os alunos das três escolas, principalmente para os alunos da escola A.

Sobre o problema 4.1[9] evidenciamos nas justificativas dos alunos e nos registros durante a resolução, algumas das dificuldades apontadas por Vergnaud (1991) que podem ter contribuído para tornar esse problema difícil:

- a ausência de uma estado inicial;

Eu pensei em fazer duas contas 7 mais 5 para ver quantas ele tinha antes e depois eu fiz 12 menos 7 para ver com quantas ele tinha ficado. (C39)

Eu tô achando que o que eu fiz tá errado, porque ele tinha figurinhas? Se ele ganhou 5 e perdeu 7, ele tinha que ter figurinhas. (C44)

- dificuldade de inversão da seqüência temporal para organizar os números no algoritmo;

[9] Eduardo disputou “bafo” duas vezes com seu amigo. Na primeira vez, ganhou 5 figurinhas e na segunda, perdeu 7. Pensando sobre os resultados das duas disputas, ele ganhou ou perdeu? Quantas figurinhas?

Pensei que tirando 5 que ele ganhou e tirando 7, mas 5 não dá para tirar 7. Então, ele perdeu 7, porque não dá para fazer.(B35)

Eu não consigo resolver porque 5 não dá para tirar 7, então não pode ser de menos. Tem que ser 5 vezes 7, porque 5 menos 7 não dava, porque 5 não dá para tirar 7. Eu escolhi essa forma porque é mais fácil. .(A6)

- presença de verbos antônimos: ganhou 5 figurinhas/ perdeu 7 constituindo um obstáculo devido à concepção primitiva de adição como ganho e subtração como perda. Dificuldade de perceber a relação entre as duas transformações;

Eu pensei nas 5 figurinhas que ele ganhou e nas 7 que ele perdeu. Eu fiz de menos, para saber qual que é a maior, porque aqui não explica se ele ganhou ou perdeu. Ele fez os dois. (C52)

Quanto ao problema 4.3[10] da relação Composição de duas transformações a presença de verbos sinônimos, com mesma polarização perdeu/ perdido = subtração, deveria ter facilitado a escolha da operação, pois existe congruência entre o verbo e a operação a ser realizada. Porém a não inversão da seqüência temporal no algoritmo, marcada pela dificuldade em subtrair o número menor do maior na coluna das unidades, fez com que os alunos oscilassem no momento da resolução, percebendo inviabilidade em subtrair, recorreram ao esquema - algoritmo da adição.

Eu fiz 13 mais 6, porque é mais fácil. (A9)

Em relação aos erros dos alunos nas operações de subtração, Vergnaud (1990) afirma que "os mais freqüentes (omitir o recurso, subtrair o número menor do maior em cada coluna, independente de sua posição embaixo ou em cima) se prendem a uma conceitualização insuficiente da notação decimal" (p.4).

[10] Renato disputou figurinhas no bafo de manhã e à tarde. À tarde, ele perdeu 6. No final do dia, ele percebeu que havia perdido 13 figurinhas no total. Ele perdeu ou ganhou figurinhas de manhã? Quantas?

Para os problemas desta relação, a adição ou a subtração são decorrentes das transformações que se sucedem. “As informações do enunciado são pertinentes somente às transformações, não sendo necessário conhecer qualquer um dos estados inicial, intermediário ou final” (VERGNAUD, 1997, p.14). Entretanto, apesar de ser desprezada pela estrutura do problema, a ausência de um estado inicial foi uma outra dificuldade destacada pelos alunos, como mostra a justificativa abaixo:

Eu não consigo resolver, porque ele tá perguntando se ele perdeu ou ganhou figurinhas, mas aqui não fala quantas ele tinha. (C52)

Discussão

A análise das provas aplicadas e das entrevistas realizadas, bem como o levantamento dos problemas presentes nos manuais de Matemática, utilizados como materiais didáticos, nos permitiu tecer diversas considerações a respeito das dificuldades dos alunos diante dos problemas de estrutura aditiva.

No que se refere aos aspectos didáticos, no caso deste trabalho, relativos apenas à freqüência e distribuição dos problemas no material didático, utilizado pelas escolas, verificamos que, no geral, não foi possível estabelecer relação entre a freqüência e natureza dos problemas nos materiais analisados e o desempenho dos alunos nas provas aplicadas. Isso porque houve bom desempenho tanto com poucos problemas quanto com muitos problemas presentes no livro didático ou no material apostilado. Assim como houve desempenho ruim com muitos e poucos problemas. Alguns resultados nos permitem fazer essa inferência: o desempenho ruim apresentado pelos alunos da escola A para o problema 1.1 da relação Parte-parte-todo, que se apresentou em maior quantidade no material didático utilizado pela escola. Assim como, o bom resultado apresentado pelos alunos da escola B para o problema 2.6 da relação Transformação de estados que compareceu em apenas 1 problema do material apostilado utilizado pela escola (TABELA 1). A relação entre freqüência e natureza dos problemas e o desempenho dos alunos pode ser estabelecida, em parte, para os problemas da relação Composição de duas transformações, que não compareceram em nenhum dos materiais analisados e apresentaram resultados aquém dos demais problemas. Em parte pois, além da ausência desses problemas nos materiais analisados, a própria estrutura dos problemas dessa relação dificulta a resolução por ser mais complexa do que as demais.

Os resultados apontaram ainda que a escolha do material didático não foi suficiente para formar bons solucionadores de problemas, tendo em vista que escolas que utilizavam o mesmo material apresentaram desempenho diferente.

Em relação às provas aplicadas, este estudo mostrou que, independente da forma de aplicação, o índice de acertos foi menor nos mesmos tipos de problemas, pertencentes à relação transformação de estados, à relação comparação de estados e à relação composição de duas transformações.

Quanto ao grau de dificuldade, concluímos que o mesmo passou a ser maior quando os problemas apresentaram incongruência entre a operação a ser realizada e os verbos ou expressões portadoras de informação (transformação, comparação de estados e composição de duas transformações); quando solicitavam as relações (comparação de estados) ou transformações (composição de duas transformações) e não os estados (inicial, intermediário ou final) e quando a resolução pedia a inversão da seqüência temporal (composição de duas transformações).

Este estudo mostrou também que a existência de incongruência entre a operação a ser realizada e as expressões portadoras de informação nos problemas da relação comparação de estados não foi o único fator de dificuldade para os alunos, no momento da resolução. Ao analisarmos a quantidade de acertos para os dois problemas dessa relação que apresentavam incongruência, pudemos perceber que no problema 3.2, que buscava a relação entre o referido e o referente, a dificuldade foi maior do que no problema 3.3, no qual a relação já estava posta. Conforme apontado por Vergnaud (1990) resolver um problema depende da identificação da relação em jogo, o que nesse caso é mais difícil.

Em relação à questão de interpretar o problema ou poder ler e transformar um significado em outro, nos pareceu depender de um invariante subjacente, sem o que não é possível resolvê-lo adequadamente. Isso aponta que a hipótese da Damm (1995) sobre a linguagem ou sobre uma forma de representação que facilite a identificação da relação do problema pode ajudar, mas não é suficiente. Tomemos como exemplo o problema 3.2 *José tem 34 anos e seu filho tem 12. Quantos anos José tem a mais que Paulo?* A estrutura da primeira oração não permite alterações, pois é nela que estão os dados numéricos relativos aos estados. Quanto à segunda oração, algumas mudanças podem ser pensadas na tentativa de identificar a relação em questão: Qual a diferença entre as idades de Paulo e José? Quantos anos faltam para que Paulo tenha a mesma idade de José? Entretanto, para esse problema a questão não pode ser resolvida apenas transformando a redação do problema. Quando o que se pretende descobrir é a relação, ela continua não comparecendo objetivamente, mesmo quando se transforma a redação. Tal fato corrobora a idéia de Vergnaud (1990) quando afirma que a linguagem comunica esquemas, mas não os cria. A linguagem só tem sentido na presença de esquemas e situações.

Diante de tais resultados seria preciso considerar que outros aspectos didáticos podem ter influenciado a resolução destes problemas. Muito provavelmente, aspectos metodológicos como o exercício da leitura compreensiva e interpretação do contexto do problema, o desenvolvimento de recursos capazes de desafiar o aluno para mobilizar os esquemas necessários à resolução de problemas de relações diversas; as solicitações para o desenvolvimento da intuição, do cálculo mental, da estimativa, a proposição de situações diversificadas para explorar as contradições das palavras que funcionam como "pistas", podem ter influenciado o desempenho dos alunos em maior ou menor grau.

Em síntese, o êxito dos alunos na resolução de problemas pareceu depender, em parte, da natureza das relações envolvidas e, em parte, da metodologia de trabalho praticada pelo professor.

De qualquer forma, todos esses aspectos apontam para a figura do professor e sua maneira de conduzir a resolução de problemas em suas aulas, como um elemento crucial, porque antes de tudo cabe a ele o mapeamento da situação e o planejamento para equilibrar os diferentes aspectos em jogo, sejam os ligados ao processo cognitivo do alunos, sejam os didáticos que precisam ser pensados para levar os alunos a compreender e resolver problemas. Em outras palavras, reafirmamos a importância do papel do professor enquanto mediador, provedor de situações problemáticas, estimuladoras da interação sujeito-situação e que leva à ampliação e à diversificação dos esquemas de ação.

Embora no caso desta pesquisa não tivéssemos a intenção de examinar a metodologia de ensino dos professores, os resultados nos remetem necessariamente a alguns questionamentos : Como o professor concebe esse papel e o põe em prática quando trabalha com a resolução de problemas? Será que consegue perceber a diferença entre envolver os alunos com problemas geradores de investigação e treinar os alunos nas técnicas de resolução? Como e com qual finalidade utiliza o material didático? Quais os critérios que utiliza para selecionar as situações que serão propostas aos alunos? Tem conhecimento da diversidade de situações que a adição e a subtração permitem engendrar? Consegue compreender as dificuldades cognitivas impostas em cada classe de situação?

Frente aos resultados apresentados, não podemos desconsiderar tais questões, cujas respostas poderiam provavelmente fornecer explicações mais precisas sobre as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. De qualquer forma, acreditamos que o professor tem um papel fundamental na superação de tais dificuldades, quando entende que os problemas visam à construção dos conceitos e que a operacionalidade desses deve ser provada diante de situações variadas.

Referências bibliográficas

ALVES, E. V. *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio.* Dissertação (Mestrado em Educação) 1999. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais.* V. 3: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2000.

CASTRO, E., RICO, L., CASTRO, E. *Estructuras aritméticas elementales y su modelización***.** Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

DAMM, R. M. Compreensão de problemas aditivos. *Cadernos de Educação Matemática,* Seminário de Didática da Matemática, Vol. II, PUC –SP, 1995.

FIGUEIREDO, R. M. E. & GALVÃO, O. de F. Estratégias de resolução de problemas matemáticos em crianças do ensino fundamental: um estudo descritivo. In: CARMO, J. dos S. *Dificuldades da aprendizagem: o instrumento da análise do comportamento no ensino da leitura, escrita e conceitos matemáticos.* Belém: UNAMA, 1999

GAZIRE, E. S. Perspectivas da resolução de problemas em educação matemática. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação) UNESP / Rio Claro.

KOCH, N. *O professor, os alunos e a formação das competências matemáticas: o caso das estruturas aditivas.* 2002.120f. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná.

PAIS, L. C. *Didática da matemática; uma análise da influência francesa.* Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticos de ensino. In: SCHILEMANN, D., CARRAHER, D.(orgs.) *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa.* Campinas, SP: Papirus, 1998.

VERGNAUD, G. *Psicologia cognitiva e do desenvolvimento e pesquisas em educação matemática: algumas questões teóricas e metodológicas.* Trad. de Weiss, J. Apresentação concedida para o grupo Canadense de Estudos em Educação Matemática na Queen'se University, Kingston, jun.1982.

_________. Conceitos e esquemas numa teoria operatória da representação. Trad. de Franchi, A., Carvalho, D. L. *Psychologie Française,* n 30-3/4, p.245-52, nov.1985.

__________ Teoria dos campos conceituais. Trad.(?) *Recherches en Didactique des Mathematiques.* 1990.

_________ *A apropriação do conceito de número: um processo de muito fôlego.* Trad. de Fávero, 1991.

_________. *A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.* 1996.

_________. *Le Moniteur de Mathématique*. Paris: Éditions Nathan, 1997.